

NÉV: _____

NEPTUN AZONOSÍTÓ: _____

I. rész (30 perc). Minden teljesen precíz és korrekt válaszáért 1 pont jár, a többiért 0. Indokolni nem kell. Aki itt nem ér el legalább 7 pontot, annak a dolgozata elégtelen, és ekkor a második és harmadik részt ki sem javítjuk.

1. Mikor mondjuk azt, hogy a $v_1, v_2, \dots, v_n$ vektorok lineárisan függetlenek?

2. Mit jelent az, hogy a V vektortérbeli U altér direkt kiegészítője a W altér?

3. Tegyük fel, hogy az $A \in \text{Hom}(V, W)$ és $B \in \text{Hom}(U, V)$ lineáris leképezésekre $AB = 0$ teljesül. Ekkor milyen kapcsolat áll fenn $\text{Ker}(A)$ és $\text{Im}(B)$ között?

4. Mit jelent az, hogy egy v vektor az $A \in \text{Hom}(V, V)$ lineáris transzformáció sajátvektora? (Figyeljen a részletekre!)

5. Egy komplex számtest fölötti vektortér A lineáris transzformációjának **minimálpolinomja segítségével** fogalmazza meg, hogy mikor létezik olyan bázis, amelyben A mátrixa diagonális.

6. Hogyan változik egy bilineáris függvény mátrixa, amikor egy új bázisra térünk át az S áttérési mátrix segítségével?

7. Milyen számok lehetnek egy önadjungált lineáris transzformáció sajátértékei?

8. A konjugálás segítségével adja meg annak feltételét, hogy egy H részcsoporth normálosztó legyen a G csoportban.

9. Hogyan számítjuk ki egy nem-nulla kvaternió inverzét?

$$(a + bi + cj + dk)^{-1} =$$

10. Mik a T test fölötti összes n -szer n -es mátrixból álló $M_n(T)$ mátrixgyűrű ideáljai?