Bsc Lineáris és absztrakt algebra gyakorlat

A 17. prezentációhoz tartozó feladatsor

1. ***(K5.3.3, 5.3.18*)*** Igazoljuk, hogy ha T test, akkor a $T^{n\times n}$ teljes mátrixgyűrű egyszerű gyűrű. Ha R egységelemes, akkor írjuk le $R^{n\times n}$ ideáljait.

2. ***(K8.7.10**)*** Legyen T test, $R = T^{n\times n}$ és W altere T^n-nek. Bizonyítsuk be, hogy $\{M \in R : (\forall w \in W)(Mw = 0)\}$ balideál R-ben, minden balideál megkapható így, és ez a megfeleltetés az alterek és balideálok között bijektív.

3. ***(K8.7.12**)*** Legyen T test, $R = T^{n\times n}$ és W altere T^n-nek. Bizonyítsuk be, hogy $\{M \in R : M \text{ minden sora } W\text{-beli}\}$ balideál R-ben, minden balideál megkapható így, és ez a megfeleltetés az alterek és balideálok között bijektív.

4. ***(K5.8.14*)*** Tegyük föl, hogy a T test p karakterisztikája nem osztja az $n > 0$ egészet ($p = 0$ is megengedett). Mutassuk meg, hogy egy $\varepsilon \in T$ elem akkor és csak akkor gyöke a $\Phi_n(x) \in T[x]$ körosztási polinomnak, ha ε rendje n a T multiplikatív csoportjában.

5. ***(K5.11.13*)*** Igazoljuk, hogy a $p_m + q_m i + r_m j + s_m k \notin \mathbb{R}$ $(m = 1, 2)$ kvaterniók pontosan akkor generálják $\mathbb{K}$-nak ugyanazt a ($\mathbb{C}$-vel izomorf) részalgebráját, ha $(q_1, r_1, s_1) \parallel (q_2, r_2, s_2)$.