Szimmetriák D_n-ben.

$|D_n| = 2n$ — n forgatás, n tükrözés

$\xrightarrow{} \frac{360°}{n}$ szöggel.

$f, f^2, \dots, f^{n-1}, f^n = id$

$t, tf, \dots, tf^{n-1}$

(t fix tükrözés (bármelyik))

$f^n = 1 = t^2$
$\quad \| $
$\quad id$

$\boxed{f^k t = t f^{-k}}$ $\longleftarrow$ amivel jól lehet f-et a t mögé átvinni!

$(tf)^2 = t f t f = t t f^{-1} f = t^2 = \underline{\underline{1}}$

?

$H = \langle 28, 34 \rangle = ?$ $\mathbb{Z}^+$-ban.

Benne van $34 - 28 = 6 \in H$

$\left.\begin{matrix} 34 \\ 6 \end{matrix}\right\}$ $34 - 6 \cdot 6 \in H \Rightarrow \forall$ ps szám $\in H$
$= -2$

$\forall$ páros szám, de nagyobb semmilyen, mert páratlanok nem lesznek, mivel ezek összegei, ahol $28 \in H$, $34 \in H$

$\langle a,b\rangle \overset{\text{HF}}{=} \{ax+by \mid x,y\in\mathbb{Z}\} = (a,b)$ többszörösei.

$\mathbb{Z}^+$-ban nézem — lin diofa

$G=S_4 \qquad \langle (12),(1234)\rangle$ HF (előadás)

$G=S_4 \qquad H=\langle (123),(1234)\rangle = \underline{\underline{S_4}}$

$G=S_4 \qquad \langle (13),(1234)\rangle$

$H \ni (123) \rightsquigarrow (123)^2=(132)$

$(1234) \rightsquigarrow (1234)^2=(13)(24)\ ,\ (1234)^3=(1432)$

id

$|H|\geq 6 \qquad |H| \mid |S_4|=24 \rightsquigarrow \cancel{6}, \cancel{8}, \cancel{12}, \boxed{24}$ 6 db

$(123)(1234)=(1342) \rightsquigarrow (1342)^2=(14)(32)$ 9 db

$(1342)^3=(1243)$

$\rightsquigarrow (1234)(123)$ hatványai, stb.

HF még pár szorzat, hogy
13 megkapom 13.

$(13)\cdot \quad (1234)\cdot$

$\mathrm{id}\cdot,\ (1234)^2 = (13)(24)\cdot,\ (1234)^3 = (1432)\cdot$

$(13)(1234) = (12)(34)\cdot$

$(1234)(13) = (14)(23)\cdot$

$(13)[(13)(24)] = (24)\cdot$

8 db eddig

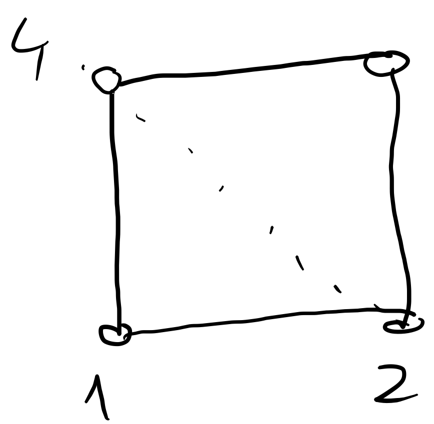
A csoport összes szimmetriája ⇒ kész!

8x8 szorzás, (8 identikus)

ha nincs új: ez kész ⇒ ez az eredmény.

~~(12)(23) = (123)~~

2,4 csúcs



↑ 90° forg (1234)

$t = (13)$ tükr.

$\cong D_4$

$$D_n = \left\{ \begin{matrix} 1, f, \dots, f^{n-1} \\ t, tf, \dots, tf^{n-1} \end{matrix} \right\} = \langle t, f \rangle$$

$\langle f, tf \rangle = ?$ $\qquad \langle t, tf \rangle = ?$

2 tükr., másodrendűek

D_4-ben

$\langle t, f^2 \rangle = ?$

D_6-ban

$(tf) f^{-1} = t$ $\qquad \Rightarrow$ $\qquad = \langle f, tf \rangle = D_n$

f $\qquad f^i, tf^i$

$\langle t, tf \rangle = ?$ $\qquad t(tf) = f$

$= \langle t, f \rangle = D_n$

2 rendű

3 feladat: 2 2 rendű generálhat a csoportot is.

$D_5 \quad \langle t, f^2 \rangle = D_5$

$f^2, f^4, f^6 = f \Rightarrow \forall$ van

t

$D_6 \geq \langle t, f^2 \rangle$

$f^2, f^4, f^6 = id$

$\{ f^2, f^4, f^6 = 1, \quad tf^2, tf^4, tf^6 \}$ $\quad f^4(tf^2) = tf^{-4}f^2 = tf^4$

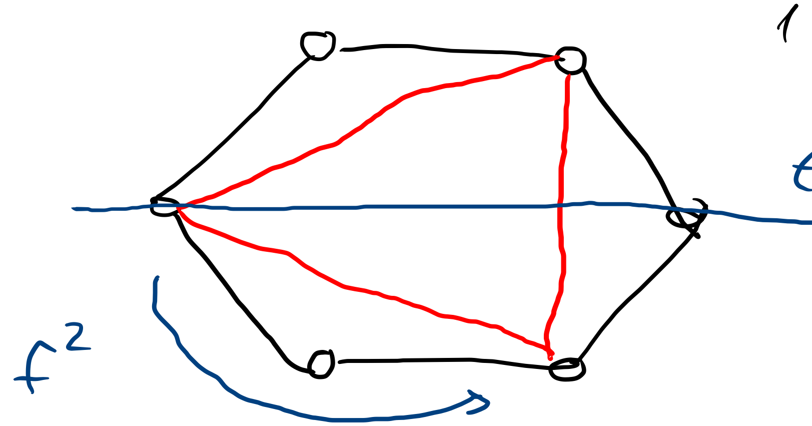
páros marad f kitevője.

'' t

1? fixen

$\|?$ 6 db $\uparrow$ Tényleg resp.

D_3



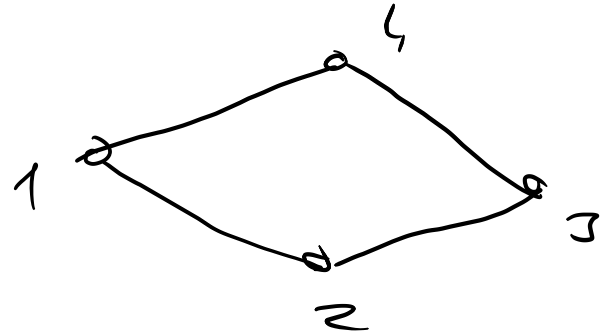
S_4 $\{id, (12)(34), (13)(24), (14)(23)\}$

csop?

standard is könnyű

$(13)(24)(12)(34) = (14)(23)$

téglalap



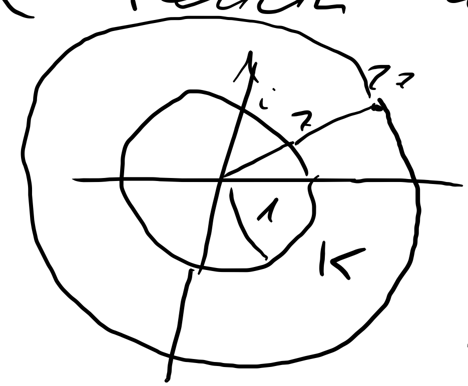
rombusz

$\{id, (13)(24), (13), (24)\}$

$\mathbb{C}^\times \,|\, K$

↗ komplex egységkör

K részcs. mellékosztályok



$2K$

$\{2 \cdot z \mid z \in K\}$

$2 \in \mathbb{C}^\times$

$K \leq \mathbb{C}^\times$

$rK \Rightarrow r$ sugarú kör

$r \in \mathbb{R}$

$r > 0$

$iK = K$

↳ $90°$ forgat

$z = r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$

$zK = rK$ mellékosztályok: körök 0 középpel.

$(2K)(3K) = 6K$

$\mathbb{C}^\times / K$ a szorzás ugyanaz, mint $\mathbb{R}^\times$ poz. elemeiben

$rK \longleftrightarrow r$ $r > 0$ valós

izomorfizmus.

Hom-tétel $G/\mathrm{Ker}(\varphi) \cong \mathrm{Im}(\varphi)$

$\varphi : G \longrightarrow H$

$$G = \mathbb{C}^\times / K \cong ? = H = \text{poz. valósak szorzásra}$$

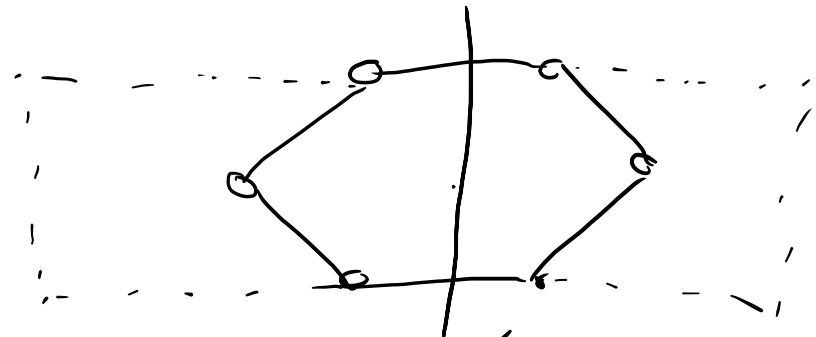
$\varphi : \mathbb{C}^\times \longrightarrow H$

$\varphi(z) = |z|$

$G = D_6$

$H = \{1, f^2, f^4\}$

$H = \{1, \underset{\text{2p tükr}}{f^3}, t, tf^3\}$ ← téglalap



t

normális-e?

$fH \stackrel{?}{=} Hf$

$\| \quad \{f, f^4, \underset{= tf^5}{ft}, \underset{= tf^{-1}f^3 = tf^2}{ftf^3}\}$ ← nincs benne

$Hf = \{f, f^4, tf$

bal oldal

D_6 $\quad N = \{1, f^2, f^4\} = \mathrm{id}\, N = N\, \mathrm{id}$ $\quad$ Klein

$12/3 = 4$ mellékosztály

$fN = \{f, f^3, f^5\} = Nf$

$tN = \{t, tf^2, tf^4\}$

$Nt = \{t, \underset{tf^4}{\underset{\parallel}{f^2 t}}, \underset{tf^2}{\underset{\parallel}{f^4 t}}\}$

$N = E = \boxed{1 \quad f^2 \quad f^4} = f^4 N = f^2 N$

$F = \boxed{f \quad f^3 \quad f^5}$

$T = \boxed{t \quad tf^2 \quad tf^4}$

$S = \{tf \quad tf^3 \quad tf^5\}$ bal is jobb is

$= tfN = Ntf$

$D_6/N \cong$ Klein

	E	F	T	S
E	E	F	T	S
F	F	E	S	T
T	T	S	E	F
S	S	T	F	E

$TF = ?$

$\underset{t}{T}\underset{f}{F}$: $t f = tf \in S$

$FT = S$

ft hova esik?

$tf^5 = S$

$F^2 = E$

$f \cdot f = f^2 \in E$