$$J_{\lambda,m} = \begin{pmatrix} \lambda & & & 0 \\ 1 & \ddots & & \\ & \ddots & \ddots & \\ 0 & & 1 & \lambda \end{pmatrix}$$

f polinom

$$f(J_{\lambda,m}) = \begin{pmatrix} f(\lambda) & & & & 0 \\ f'(\lambda) & \ddots & & & \\ f''(\lambda) & \ddots & \ddots & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ ?? & \cdots & f''(\lambda) & f'(\lambda) & f(\lambda) \end{pmatrix}$$

HF $\quad e^{J_{\lambda,m}} \quad$ e^x exp. fv.

e^x hatványsorával (∞ sor, annak összege).

$v_1, \dots, v_n$ rangja $\quad \dim \langle v_1, \dots, v_n \rangle$.

azaz max hány darab F van $v_1, \dots, v_n$ között.

Mert: max F részhalmaz $\{v_1, \dots, v_n\}$-ben $\Rightarrow$ B $\langle v_1, \dots, v_n \rangle$.

Gauss-elim: vezéregyesek száma.

$$r\begin{bmatrix} \quad & \quad & \quad \\ & & \\ & & \end{bmatrix} \stackrel{?}{=}$$

oszloprang
$\parallel$
sorrang

oszlopok

$$\begin{array}{ccc} & & \begin{array}{ccc} w_1 & \cdots & w_m \end{array} \quad w \\ \lambda_1 & v_1 & \\ \vdots\ \text{sorok} & \vdots & \underbrace{\left[\begin{array}{c} \quad\quad L \quad\quad \end{array}\right]\left[\begin{array}{c} \\ \\ \end{array}\right]} \\ \lambda_n & v_n & \end{array}$$

$$\lambda_1 v_1 + \dots + \lambda_n v_n = 0$$

w feíss

w_1 — w_m-ből

$$w = \mu_1 w_1 + \dots + \mu_m w_m$$

$$\underset{\underset{\displaystyle S}{\parallel}}{[\lambda_1 \ \dots \ \lambda_n]} \left[\quad L \quad\right] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\left[\quad L \quad\right] \underset{\underset{\displaystyle t}{\parallel}}{\begin{bmatrix} \mu_1 \\ \vdots \\ \mu_m \end{bmatrix}} \overset{H}{=} w.$$

$$(\underset{\underset{\displaystyle 0}{\parallel}}{S L}) t = S(\underset{\underset{\displaystyle S w.}{\parallel}}{L t})$$

Ⓕ

$$\begin{array}{c|cc} & w_1, \dots, w_m & w \\ \hline v_1 & & \\ \vdots & \underbrace{\quad L \quad}_{\text{sorai ÖF!}} & \\ v_k & & \end{array}$$

független $w_1, \dots, w_m$-től (mert $\{w_1, \dots, w_m, w\}$ ÖF)

$\Rightarrow$ oszloprang $\geq k$. (azaz $\exists\, k$ Ⓕ oszlop).

<u>Biz.</u> Tfh nem. max Ⓕ oszlopból $w_1, \dots, w_m$, $m < k$

$\Rightarrow$ L sorai öf, mert T^m-ben vannak (m-dim), de $k > m$

$\hookrightarrow$ előző $\Rightarrow$ egyik mátrix sorai ÖF $\lightning$. ✓

$k \leftarrow$ ezek a vonal mátrixban is F

k db F

van k F alap

N M

Sorrang k

$[v]$ $\Updownarrow$ izom

v rangját megőrzi

$$\begin{array}{c|c} & A(b_1) \quad \dots \quad A(b_n) \\ \begin{array}{c} d_1 \\ \vdots \\ d_m \end{array} & \left[\begin{bmatrix} A(b_1) \end{bmatrix}_d \ \dots \ \begin{bmatrix} A(b_n) \end{bmatrix}_d \right] \end{array} = (A)_{d/b}$$

Oszloprang $= r([A(b_1)]_d, \dots, [A(b_n)]_d) =$

$r(A(b_1), \dots, A(b_n)) =$

$\dim \langle A(b_1), \dots, A(b_n) \rangle$

gen. rsz. $\mathrm{Im}(A)$-ban.

dim. tétel biz.