$U, W \le V$ (alterek)

$U + W = \{u + w \mid u \in U,\ w \in W\}$

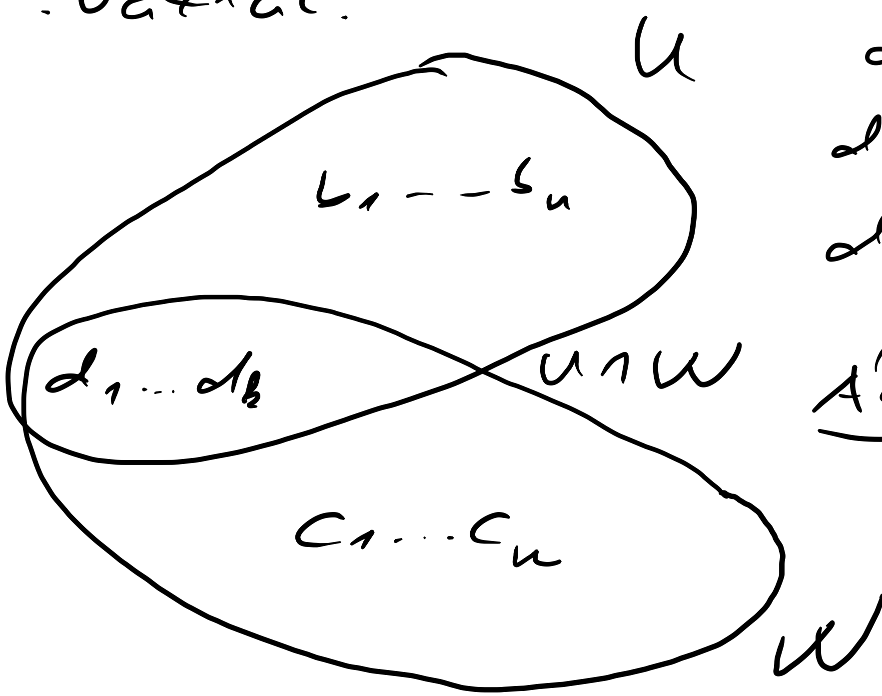
összeg. legszűkebb altér, ami U-t és W-t is tartalmazza.

$\dim(U+W) = \dim U + \dim W - \cancel{\dim(U \cap W)}$

(csillagos feladat volt)

spec. $U \cap W = \{0\} \Rightarrow$

Biz. vázlat.



$d_1 \dots d_k$ bázis $U \cap W$-ben

$d_1 \dots d_k\ b_1 \dots b_n$ U bázis

$d_1 \dots d_k\ c_1 \dots c_m$ W bázis

Áll: $d_1, \dots, d_k, b_1, \dots, b_n, c_1, \dots, c_m$ bázis $U+W$-ben.

Biz HF.

[$U \oplus V \oplus W$ micsoda?

$U \oplus (V \oplus W)$ -vel képzeljük

$(U \oplus V) \oplus W$ is jó.

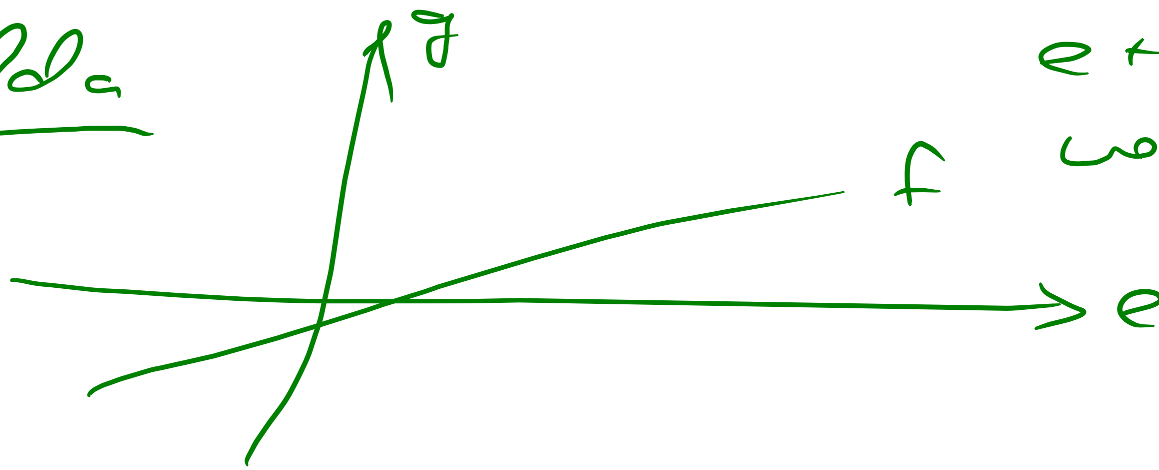
Ez azt jelenti, hogy $U+V+W$ az összeg

DE NEM ELÉG, HOGY $U \cap V \cap W = 0$,

hanem az kell, hogy mindegyik 0-ban metszi a másik kettő összegét!

$U \cap (V+W)$ is $\{0\}$, stb.

Példa



$e+f+g$ = sík, de nem direkt összeg. nem egyért.]

$x^2+2y^2+3x+4y=5$ síkgörbe 2. fokú.

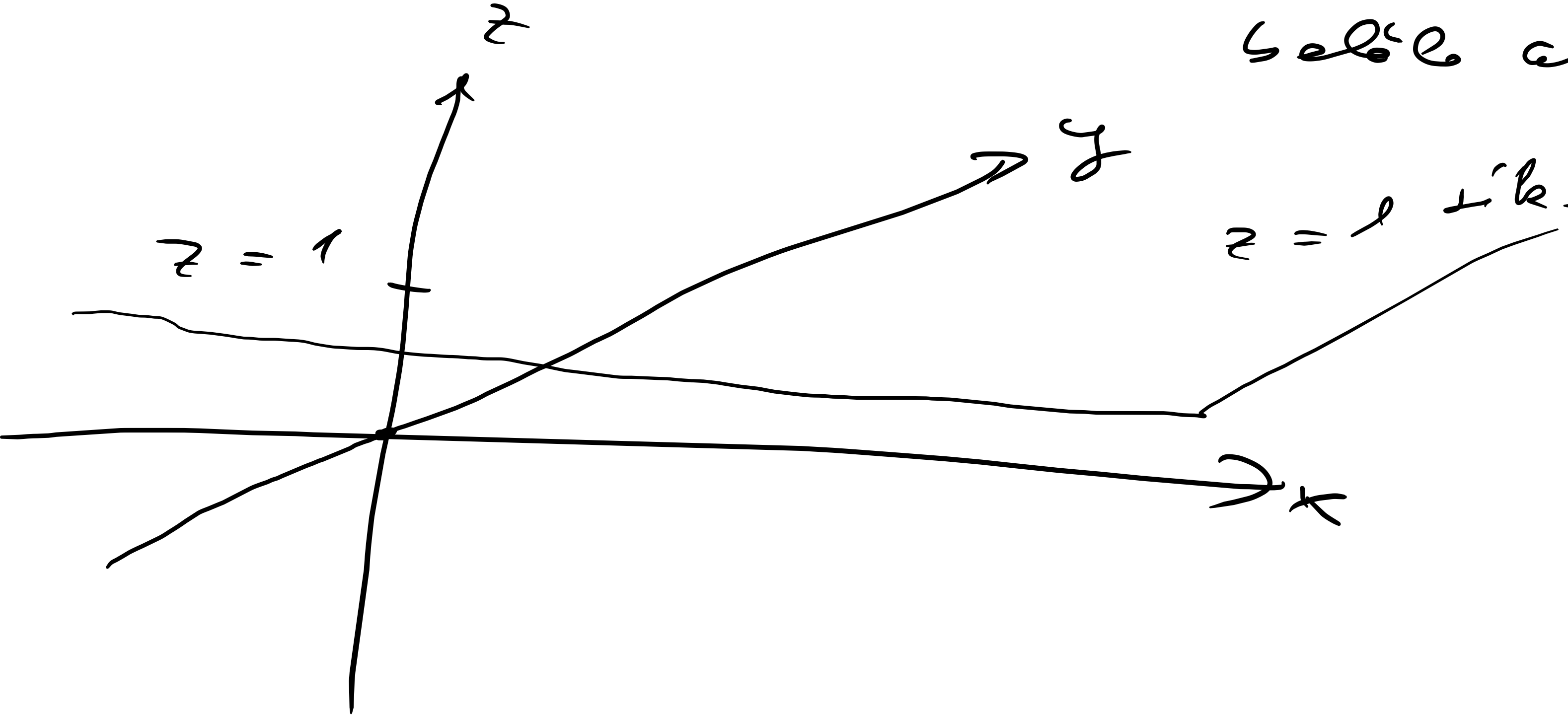
"homogenizálás": új változó z

$x^2+2y^2+3xz+4yz=5z^2$ Homogén

Átviszem $5z^2$-et a túloldalra:

3-dim. kv. alak $\rightsquigarrow$ val. vektortérség osztályozása.

Kúp, csúcsa az O-ban. $z=1$ sík kimetszi belőle az eredeti görbét.



Bilineáris fv

$B(v, w)$ Mindkét változójában lineáris.

$B(v_1 + v_2, w) = B(v_1, w) + B(v_2, w)$

$B(\lambda v_1, w) = \lambda B(v_1, w)$.

<u>Példák</u>: skaláris szorzat, DETERMINÁNS 2×2

Alg 1: det levezetése!

---

u B-ortog v-re ha $B(v, w) = 0$.

Def: alternáló! $\det(v, w) = -\det(w, v)$.

Szimm. bilin. fv: $B(v, w) = B(w, v)$.

B-ortog bázis: $b_1, \ldots, b_n$ $B(b_i, b_j) = 0$

„ugyanolyan alak" mint van fent ONB-ben. $i \neq j$.

(Gram-Schmidt ld. Freud)

$B(s_i, s_i)$ változik mennyire ezért?

(ha $s_1 \ldots s_n$ ONB : sajátvektorból)

$$B(2s_i, 2s_i) = 4\, B(s_i, s_i)$$

$$B(-2s_i, -2s_i) = \underbrace{(-2)(-2)}_{4}\, B(s_i, s_i)$$

ELŐJEL nem függ a bázistól!

Ez a tétel.

$$[B]_b = \big(\big(\, B(s_i, s_j) \,\big)\big)_{i,j = 1 \ldots n}$$