

NÉV: _____

ELTE AZONOSÍTÓ: _____

I. rész (30 perc). Minden teljesen precíz és korrekt válaszáért 1 pont jár, a többiért 0. Indokolni nem kell. Aki itt nem ér el legalább 7 pontot, annak a dolgozata elégtelen, és ekkor a második és a harmadik részt ki sem javítjuk.

1. Definiáljuk, mit jelent az, hogy a v_1, \dots, v_n vektorok generátorrendszert alkotnak a T test fölötti V vektortérben. **Mindkét kvantort expliciten írjuk ki a megfogalmazásban.**

2. Írjuk föl azt a képletet, amely az $A \in \text{Hom}(V, W)$ és $B \in \text{Hom}(U, V)$ lineáris leképezések szorzatának mátrixát adja meg, kiírva azt is, hogy mely bázisokban vesszük ezeket a mátrixokat.

3. Definiáljuk az $A \in \text{Hom}(V)$ leképezés λ -hoz tartozó sajátaltérét **a halmazos jelöléssel.**

4. Írjuk föl azt a képletet, amivel a v vektor i -edik koordinátáját a b_1, \dots, b_n **ortonormált** bázisban \mathbb{C} fölött ki lehet számítani.

5. Hogyan kapcsolódik az A lineáris transzformáció m_A minimálpolinomja azokhoz az f polinomokhoz, melyeknek A gyöke?

6. Legyen A normális transzformáció egy komplex euklideszi téren. Jellemezzük A **sajátértékei segítségével** azt, hogy A mikor unitér. (Az unitér és a normális transzformáció definícióját nem kell leírni.)

7. Hány részcsoportja van egy n rendű ciklikus csoportnak?

8. Melyek azok a csoportok, amelyeknek pontosan két részcsoportja van?

9. Mit jelent az, hogy a G/N faktorcsoporthban a szorzás jóldefiniált?

10. Legyen $f \in \mathbb{Q}[x]$. Mikor lesz a $\mathbb{Q}[x]/(f)$ faktorgyűrű test?