

NÉV: \_\_\_\_\_

ELTE AZONOSÍTÓ: \_\_\_\_\_

**I. rész (30 perc).** Minden teljesen precíz és korrekt válaszáért 1 pont jár, a többiért 0. Indokolni nem kell. Aki itt nem ér el legalább 7 pontot, annak a dolgozata elégtelen, és ekkor a második és a harmadik részt ki sem javítjuk.

1. Definiáljuk, mit jelent az, hogy a  $v_1, \dots, v_n$  vektorok generátorrendszert alkotnak a  $T$  test fölötti  $V$  vektortérben. **Mindkét kvantort expliciten írjuk ki a megfogalmazásban,** és ne használjuk a generált altér fogalmát.

2. Írjuk föl azt a képletet, amivel a  $v$  vektor  $i$ -edik koordinátáját a  $b_1, \dots, b_n$  **ortonormált** bázisban **komplex fölött**, skaláris szorzás segítségével ki lehet számítani.

3. Mondjuk ki a lineáris leképezések előírhatósági tételét.

4. Mondjuk ki a Cayley–Hamilton-tételt az  $n \times n$ -es  $M$  mátrixra.

5. Hogyan kapcsolódik az  $A$  lineáris transzformáció  $m_A$  minimálpolinomja azokhoz az  $f$  polinomokhoz, melyeknek  $A$  gyöke?

6. Mondjuk ki az adjungált transzformációt a skaláris szorzat segítségével jellemző tételt.

7. Mkor vannak a  $b$  és  $c$  csoportelemek ugyanabban a  $H$  részcsoport szerinti bal oldali mellékosztályban?

8. Mondjuk ki a Burnside-lemmát.

9. Jellemezzük a **konjugáltság segítségével**, mikor lesz a  $G$  csoport  $N$  részcsoportja normálosztó  $G$ -ben.

10. Legyen  $f \in \mathbb{Q}[x]$ . Mikor lesz a  $\mathbb{Q}[x]/(f)$  faktorgyűrű test?