

NÉV: \_\_\_\_\_

ELTE AZONOSÍTÓ: \_\_\_\_\_

**I. rész (30 perc).** Minden teljesen precíz és korrekt válaszáért 1 pont jár, a többiért 0. Indokolni nem kell. Aki itt nem ér el legalább 7 pontot, annak a dolgozata elégtelen, és ekkor a második és a harmadik részt ki sem javítjuk.

1. Írjuk le képlettel, mit jelent az, hogy a  $\langle v_1, \dots, v_n \rangle$  generált altér a **legsűkebb** a  $v_1, \dots, v_n$  vektorokat tartalmazó alterek között. A generált altér elemeit megadó képletet nem kell leírni.

2. Legyen  $\mathbf{b} = (b_1, \dots, b_n)$  bázis a  $V$  vektortérben és  $v \in V$ . Definiáljuk a  $[v]_{\mathbf{b}}$  koordinátavektort.

3. Mit jelent az, hogy a Jordan-alak **egyértelmű**? A választ a **hasonlóság** fogalmát felhasználva adjuk meg.

4. Mondjuk ki a főtengetételt, figyelve arra is, hogy milyen test fölötti mátrixokról beszélünk, és hogy milyen bázisról van szó.

5. Definiáljuk (a  $Q$  által felvett értékek segítségével), mit jelent az, hogy a  $Q$  kvadratikus alak pozitív szemidefinit. (**Nem** a sajátértékekkel való jellemzés a kérdés!)

6. Ha  $b_1, \dots, b_n$  ONB, és az  $A$  lineáris transzformáció mátrixa ebben a bázisban  $M$ , akkor hogyan írható fel  $M$ -ben az  $i$ -edik sor  $j$ -edik eleme skaláris szorzat segítségével?

7. Adjuk meg ciklus konjugáltjának a képletét.

8. Definiáljuk a  $g \in G$  elem  $H \leq G$  szerinti bal oldali mellékosztályát, és adjuk meg az elemeit.

9. Mit jelent az, hogy a  $G/N$  faktorcsoporthban a szorzás jóldefiniált?

10. Definiáljuk a balideál fogalmát.