

1. Az A mátrixa a (b_1, b_2) bázisban $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$. Mi lesz A mátrixa a $(b_1, b_1 + b_2)$ bázisban?

2. Az A mátrixa a (b_1, b_2) bázisban $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$. Mi lesz A mátrixa a $(3b_1, 3b_2)$ bázisban?

3. Az A mátrixa a (b_1, b_2) bázisban $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$. Mi lesz A mátrixa a (b_2, b_1) bázisban?

4. Az A mátrixa a (b_1, b_2) bázisban $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$. Mi lesz A mátrixa a $(b_1, 2b_2)$ bázisban?

5. A $(b_1, b_2) \mapsto (cb_2, b_1)$ bázistranszformáció milyen $c \in \mathbb{R}$ értékekre olyan tulajdonságú, hogy szimmetrikus mátrixból szimmetrikus mátrixot csinál?

6. A $(b_1, b_2) \mapsto (cb_2, b_1)$ bázistranszformáció milyen $c \in \mathbb{C}$ értékekre olyan tulajdonságú, hogy (komplex) önadjungált mátrixból önadjungált mátrixot csinál?

7. A $(b_1, b_2) \mapsto (cb_1, b_2)$ bázistranszformáció milyen $c \in \mathbb{R}$ értékekre olyan tulajdonságú, hogy ortogonális mátrixból ortogonális mátrixot csinál?

8. Ha $A \in \text{Hom}(\mathbb{R}^6)$ és $A^2 = 0$, akkor mik A rangjának lehetséges értékei?

9. Ha $A \in \text{Hom}(\mathbb{R}^6)$ és A^2 az identitás, akkor mik A rangjának lehetséges értékei?

10. Ha $A \in \text{Hom}(\mathbb{R}^6)$ és $r(A) = 2$, akkor mik $\dim \text{Ker}(A^2)$ lehetséges értékei?

11. Ha $A \in \text{Hom}(\mathbb{R}^8)$ és $\text{Im}(A) = \text{Ker}(A)$, akkor mik A rangjának lehetséges értékei?

12. Ha $A \in \text{Hom}(\mathbb{R}^6)$ és $r(A) = 1$, akkor mik $\dim \text{Ker}(A^2)$ lehetséges értékei?

13. Ha $A, B \in \text{Hom}(\mathbb{R}^4)$ rangja 1, akkor mik $\dim \text{Ker}(A + B)$ lehetséges értékei?

14. Ha $A \in \text{Hom}(\mathbb{R}^5)$ és $A^3 = 0$, akkor mik $r(A)$ lehetséges értékei?

15. Ha $A \in \text{Hom}(\mathbb{R}^5)$ és $A^3 = E$, akkor mik $r(A)$ lehetséges értékei?

16. Ha A lineáris transzformációja \mathbb{R}^6 -nak és $\text{Im}(A) \cap \text{Ker}(A)$ egydimenziós, akkor mennyi $\text{Im}(A) + \text{Ker}(A)$ dimenziója?

17. Ha A lineáris transzformációja \mathbb{R}^5 -nek és $A^2 = 0$, akkor mennyi lehet A rangja?

18. Ha $A, B \in \text{Hom}(\mathbb{R}^9)$, $\dim \text{Ker}(A) = 7$ és $\dim \text{Ker}(B) = 8$, akkor mik $\dim \text{Ker}(A + B)$ lehetséges értékei?

19. Adjunk meg egy bázist $\text{Ker}(X)$ -ben, ahol X az előző kérdésben szereplő lineáris leképezés.

20. Adjunk példát két nem nulla $M, N \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ mátrixra, melyekre $2r(MN) = r(M) + r(N)$.

21. Adjunk példát két nem nulla $M, N \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ mátrixra, melyekre $1 + r(MN) = r(M) + r(N)$.

22. Adjunk példát két nem nulla $M, N \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ mátrixra, melyekre $2 + r(MN) = r(M + N)$.

23. Adjunk példát két nem nulla $M, N \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ mátrixra, melyekre $1 + r(MN) = r(M + N)$.

24. Ha $M \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$ rangja 1 és $N \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, akkor mik $r(MN)$ lehetséges értékei?

25. Ha $A \in \text{Hom}(\mathbb{C}^6)$ és $r(A) = 2$, akkor hány különböző sajátértéke lehet A -nak?

26. Ha $A \in \text{Hom}(\mathbb{R}^4)$ -nek a 2 sajátértékhez tartozó sajátaltère egydimenziós, akkor mennyi lehet $r(A - 2I)$?

27. Ha A lineáris leképezés és $A(v) = 2v$, továbbá $f(x) = x^3 - 1$, akkor mennyi $f(A)(-v)$?

28. Ha A lineáris leképezés, és $A(v) = 3v$, továbbá $f(x) = x^2 + 2$, akkor mennyi $(f(A) + A^2)(2v)$?

29. Ha A lineáris leképezés, v sajátvektor $i \in \mathbb{C}$ sajátértékkel és $f(x) = x^2 - i$, akkor mennyi $(f(A) + iA)(-v)$?

30. Ha A lineáris leképezés, v sajátvektor -2 sajátértékkel és $f(x) = ix^2 - 2 \in \mathbb{C}[x]$, akkor mennyi $f(A)(3v)$?

31. Ha A lineáris leképezés, v sajátvektor 2 sajátértékkel és $f(x) = x^2 + i \in \mathbb{C}[x]$, akkor mennyi $f(A)(iv)$?

32. Ha $M \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$, $0 \neq v \in \mathbb{R}^2$, $f(x) = x + 1$ és $f(M)(v) = v$, akkor mi lehet M karakterisztikus polinomja?

33. Legyen v sajátvektora A -nak 4 sajátértékkel és B -nek 3 sajátértékkel. Hová viszi $A + B - AB$ a $-v$ vektort?

34. Legyen v sajátvektora A -nak 2 sajátértékkel és B -nek 3 sajátértékkel. Hová viszi $A + B - 2AB$ a $4v$ vektort?

35. Legyenek $M \in \mathbb{C}^{2 \times 2}$ sajátértékei $0, 2$ és $f(x) = (x - 1)^2$. Mi lesz $f(M)$?

36. Az $M \in \mathbb{C}^{2 \times 2}$ mátrix egyetlen komplex sajátértéke 4 , továbbá $f(x) = (x - 4)^2$. Mi lehet $f(M)$?

37. Ha $f(x) = x^2 + x + i$ és v sajátvektora A -nak i sajátértékkel, akkor mennyi $f(A)(-iv)$?

38. Ha $f(x) = x^2 + i$ és $v \in \text{Ker}(A)$, akkor mennyi $f(A)(iv)$?

39. Ha $f(x) = x^2 + i$, $f(A) = 0$ és $v \in \text{Ker}(A)$, akkor mennyi v ?

40. Ha v sajátvektora A -nak i sajátértékkel és B -nek 2 sajátértékkel, továbbá $f(x) = x^2 + i$, akkor mennyi $(f(A - B))(v)$?

41. Ha v sajátvektora A -nak i sajátértékkel, és B -nek 2 sajátértékkel, akkor mennyi $(A + B - AB)(3v)$?

42. Adjunk ellenpéldát az alábbi állításra: „Ha két komplex elemű négyzetes mátrix karakterisztikus polinomja egyenlő, akkor a rangjuk is egyenlő.”

43. Adjunk meg egy olyan mátrixot, melynek rangja 2 , karakterisztikus polinomja x^4 .

44. Egy háromszor hármas mátrix sajátértékei 2 és 3. Mennyi lehet a determinánsa?

45. Egy 3×3 -as valós mátrixnak sajátértéke $1 + i$ és 2. Mennyi a determinánsa?

46. Mely d számokra igaz, hogy az $\begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & d \end{pmatrix}$ mátrixhoz önmagán kívül nincs más hasonló mátrix?

47. Mely d számokra lesz $\begin{pmatrix} i & 1 \\ 0 & i \end{pmatrix}$ és $\begin{pmatrix} i & d \\ 0 & i \end{pmatrix}$ hasonló?

48. Mely d számokra lesz $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & d \end{pmatrix}$ és $\begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & d \end{pmatrix}$ hasonló?

49. Mely $0 \leq \alpha < \beta < 2\pi$ szögekre lesz az origó körüli α és β szögű forgatás hasonló?

50. Mely $c \in \mathbb{C}$ értékekre lesz $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ és $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ c & 1 \end{pmatrix}$ hasonló?

51. Mely $c \in \mathbb{C}$ értékekre lesz $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ és $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ c & 3 \end{pmatrix}$ hasonló?

52. Adjunk példát két hasonló négyzetes mátrixra, amelyek csak egy elemben különböznek.

53. Adjunk meg egy olyan nem nulla M mátrixot, melyre M és $-M$ hasonlók.

54. Adjunk meg egy olyan nem nulla M mátrixot, melyre M és $2M$ hasonlók.

55. Ha M és $2M$ hasonlók, akkor mely komplex számok lehetnek sajátértékei M -nek?

56. Mennyi $\begin{pmatrix} i & 0 \\ 1 & i \end{pmatrix}^n$?