

1. $\langle x^2 + x, x^2 + 2x \rangle = \langle x^2, x^2 + cx \rangle$ mely $c \in \mathbb{R}$ számokra teljesül?

$c \neq 0$
2. $\langle x^2 + c, x^2 + 2x \rangle = \langle x^2, x^2 + cx \rangle$ mely $c \in \mathbb{R}$ számokra teljesül?

Nincs ilyen c .
3. Mely $r \in \mathbb{R}$ -re teljesül, hogy $\langle x^2, x^2 + rx \rangle = \langle x^2, x^2 + r \rangle$?

$r = 0$.
4. $\langle x^2, x^2 + cx + x \rangle \supseteq \langle x^2, x^2 + cx \rangle$ mely $c \in \mathbb{R}$ számokra teljesül?

$c \neq -1$.
5. Mely $c \in \mathbb{R}$ számokra teljesül, hogy $cx \in \langle x^2 + c, x^2 + cx \rangle$?

$c = 0$
6. Mely $c \in \mathbb{R}$ számokra teljesül, hogy $x + c \in \langle x^2 + c, cx + 1 \rangle$?

$c = \pm 1$
7. Mely $c \in \mathbb{R}$ -re teljesül, hogy $x^2 + 8x + c \in \langle x^2 - c, cx + 1 \rangle$?

$c = \pm 2$
8. Mely $c \in \mathbb{R}$ -re teljesül, hogy $x^2 + 6x + 1 \in \langle x^2 - c, cx + 1 \rangle$?

2, -3.
9. Legyenek u, v, w független vektorok egy \mathbb{Q} fölötti vektortérben. Mely vektorok lesznek $\langle u, v \rangle \cap \langle u, w \rangle$ elemei?

$\lambda u, \lambda \in \mathbb{Q}$.
10. Mennyi a szimmetrikus, kétszer kettős valós mátrixok terének dimenziója \mathbb{R} fölött?

3
11. Hány dimenziós $\mathbb{R}^{3 \times 3}$ -ban az az altér, amely azokból az M mátrixokból áll, melyekre $(0, 1, 0)M = (0, 0, 0)$?

6
12. Hány dimenziós lehet \mathbb{C}^4 -ben egy két- és egy háromdimenziós altér metszete?

1 vagy 2.
13. Legyen V a szimmetrikus mátrixok altere $\mathbb{R}^{2 \times 2}$ -ben és W olyan altér, melyre $V \cap W = \{0\}$. Hány dimenziós lehet W ?

0 vagy 1.
14. Legyen V a szimmetrikus mátrixok altere $\mathbb{R}^{3 \times 3}$ -ban. Adjuk meg V egy direkt kiegészítő alterét.

Pl. a $\begin{pmatrix} 0 & b & c \\ 0 & 0 & d \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ alakú mátrixok, ahol $b, c, d \in \mathbb{R}$.

15. Legyen V az $\langle x + 1, x^2 - 1 \rangle$ altér a legfeljebb másodfokú valós együtthatós polinomok vektorterében. Adjuk meg V egy direkt kiegészítő alterét.

Pl. $\langle x \rangle$.

16. Adjunk példát W_1 és W_2 háromdimenziós alterekre, melyek összege négydimenziós.

Pl. $W_1 = \{(a_1, a_2, a_3, a_4)^T \in \mathbb{R}^4 : a_1 = 0\}$ és $W_2 = \{(a_1, a_2, a_3, a_4)^T \in \mathbb{R}^4 : a_2 = 0\}$.

17. Ha \mathbb{R}^{10} -nek W_1 és W_2 alterei, $\dim(W_1) = 7$ és $\dim(W_2) = 6$, akkor mik $\dim(W_1 \cap W_2)$ lehetséges értékei?

3, 4, 5, 6.

18. Legyen W a szimmetrikus mátrixok altere $\mathbb{R}^{3 \times 3}$ -ben és U hétdimenziós altér $\mathbb{R}^{3 \times 3}$ -ban. Hány dimenziós lehet $U \cap W$?

4, 5, 6.

19. Legyen $v \in \mathbb{R}^3$ rögzített nem nulla vektor, és álljon W a $\text{Hom}(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3)$ azon lineáris transzformációiból, amelyeknek sajátvektora v . Mennyi $\dim W$?

7

20. Legyen $A : \mathbb{R}^{2 \times 3} \rightarrow \mathbb{R}^4$ lineáris leképezés. Hány sora és hány oszlopa van az A mátrixának?

4×6

21. Legyen V az $\mathbb{R}[x]$ legfeljebb tizedfokú elemeiből és a nulapolinomból álló altér \mathbb{R} fölött, és $A : V \rightarrow \mathbb{R}^{3 \times 4}$ lineáris leképezés. Hány sora és hány oszlopa van az A mátrixának?

12×11

22. Legyen V az $\mathbb{R}[x]$ legfeljebb elsőfokú elemeiből és a nulapolinomból álló altér \mathbb{R} fölött, és $A : V \rightarrow \mathbb{C}$, melyre $A(p) = 3p(0) + 2ip(4)$. Mi A mátrixa a szokásos bázisban?

$\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 8 \end{pmatrix}$

23. Legyen V vektortér \mathbb{R} fölött és $X : \text{Hom}(V, V) \rightarrow \text{Hom}(V, \mathbb{R})$ egy lineáris leképezés. Ha $\dim(V) = 10$, akkor hányszor hányas (sorszor oszlop) az X mátrixa?

10×100

24. Mennyi az \mathbb{R}^3 -ben, mint \mathbb{R} fölötti vektortérben az xy síkra való merőleges vetítés rangja?

2

25. Mennyi a rangja annak a transzformációnak, amely minden $M \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ -höz $M - m_{12}E$ -t rendel?

4

26. Legyen $b \in \mathbb{C}$ esetén $A_b : \mathbb{R}[x] \rightarrow \mathbb{C}$ az a lineáris leképezés, amely minden $p \in \mathbb{R}[x]$ -hez $p(b)$ -t rendel. Mely $b \in \mathbb{C}$ -kre lesz A_b rangja 2?

$b \notin \mathbb{R}$

27. Mennyi a rangja annak a lineáris transzformációnak, amely az $M \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ mátrixhoz $M + M^T$ -t rendel?

6

28. Mennyi a rangja annak a transzformációnak, amely minden $M \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ -höz $M - m_{11}E$ -t rendel?

3