

1. Adjuk meg vektorok egy olyan rendszerét egy vektortérben, amelyek között pontosan két maximális független részrendszer van, és a rangja 2.

Pl. $\{1, 2, x\} \subseteq \mathbb{R}[x]$.

2. Adjuk meg vektorok egy olyan háromelemű rendszerét egy vektortérben, amelyek között pontosan egy maximális független részrendszer van, és a rangja 2.

Pl. $\{0, 1, x\} \subseteq \mathbb{R}[x]$.

3. Adjuk meg vektorok egy olyan négyelemű halmazát egy vektortérben, amelyek között pontosan 2 maximális független részhalmaz van, és a rangja 2.

Pl. $\{0, 1, x, 2x\} \subseteq \mathbb{R}[x]$.

4. Adjuk meg vektorok egy olyan négyelemű halmazát egy vektortérben, amelyek között pontosan 4 maximális független részhalmaz van, és a rangja 2.

Pl. $\{1, 2, x, 2x\} \subseteq \mathbb{R}[x]$.

5. Adjunk $\mathbb{R}[x]$ -ben ellenpéldát a következő állításra: „Egy vektorrendszer független, ha bármely három vektora az.”

Pl. $\{1, x, x^2, 1 + x + x^2\}$.

6. Adjunk ellenpéldát a következő állításra: „Ha $\{v_1, v_2, v_3\}$ összefüggő, akkor v_1 vagy v_2 lineárisan függ a másik két vektortól.”

Pl. $\{x, x^2, 0\}$ $\mathbb{R}[x]$ -ben.

7. Az $\mathbb{R}^{2 \times 2}$ egy W **valódi** alterében egy $X \subseteq W$ rendszernek van kételemű független részhalmaza. Mennyi lehet $r(X)$?

2, 3.

8. Adjunk meg $\mathbb{R}[x]$ -ben egy négyelemű polinomhalmazt úgy, hogy a kételemű részhalmazok közül pontosan kettő legyen lineárisan összefüggő.

Pl. $\{1, 2, x, 2x\}$.

9. Adjunk meg $\mathbb{R}[x]$ -ben egy négyelemű polinomhalmazt úgy, hogy a kételemű részhalmazok közül pontosan négy legyen lineárisan összefüggő.

Pl. $\{0, 1, 2, x\}$.

10. Adjunk $\mathbb{R}[x]$ -ben ellenpéldát a következő állításra: „Egy vektorrendszer független, ha bármely két vektora az.”

Pl. $\{1, x, 1 + x\}$.

11. Adjunk $\mathbb{R}[x]$ -ben ellenpéldát a következő állításra: „Ha egy vektorrendszer összefüggő, akkor minden vektora függ a többi vektorból álló rendszertől.”

Pl. $\{0, x\}$.

12. Adjunk meg $\mathbb{R}[x]$ -ben egy háromelemű polinomhalmazt úgy, hogy a kételemű részhalmazok közül pontosan kettő legyen lineárisan független.

Pl. $\{x, 2x, x^2\}$.

13. Adjunk meg $\mathbb{R}[x]$ -ben egy háromelemű polinomhalmazt úgy, hogy a kételemű részhalmazok közül pontosan egy legyen lineárisan független.

Pl. $\{0, 1, x\}$.

14. Adjunk meg $\mathbb{R}[x]$ -ben négyelemű, kettő rangú vektorrendszert (\mathbb{R} fölött).

Pl. $0, 1, x, 2x$

15. Adjunk meg három összefüggő vektort úgy, hogy bármely kettő független legyen.

Pl. $x, x^2, x + x^2 \in \mathbb{R}[x]$

16. Adjuk meg az u, v, w vektorokat úgy, hogy $\{u, v\}$ független legyen, de $\{u, w\}$ és $\{v, w\}$ ne legyen az.

Pl. $x, x^2, 0 \in \mathbb{R}[x]$

17. Egy vektortérben van négyelemű független generátorrendszer, és kételemű, 1 rangú rendszer is. Mi lehet a dimenzió?

4.

18. Az \mathbb{R}^5 egy W **valódi** alterében egy $X \subseteq W$ rendszernek van háromelemű független részhalmaza. Mennyi lehet $r(X)$?

3, 4.

19. Egy vektortér milyen X részhalmazaira igaz, hogy X minimális generátorrendszer $\langle X \rangle$ -ben?

Ha X független.

20. Egy négyelemű X halmaz generátorrendszere, de nem minimális generátorrendszere \mathbb{R}^6 egy valódi alterének. Mennyi lehet $r(X)$?

1, 2, 3.

21. Egy háromelemű vektorhalmaz rangja 2. Hány olyan eleme lehet, amely függ a másik kettőtől?

1, 2, 3.

22. Ha egy 4-dimenziós vektortér egy W **valódi** alterében van háromelemű 2 rangú, és egyelemű független rendszer is, akkor mik W dimenziójának lehetséges értékei?

2, 3.

23. Egy vektortérben van négyelemű összefüggő generátorrendszer, és kételemű, 1 rangú rendszer is. Mi lehet a dimenzió?

1, 2, 3.

24. Ha egy 5-dimenziós vektortér egy W **valódi** alterében van háromelemű összefüggő és kételemű független rendszer is, akkor mik W dimenziójának lehetséges értékei?

2, 3, 4.

25. Ha egy 7-dimenziós vektortér egy W **valódi** alterében van háromelemű független és kételemű összefüggő rendszer is, akkor mik W dimenziójának lehetséges értékei?

3, 4, 5, 6.

26. Ha egy V vektortérben van tízelemű független és tízelemű összefüggő rendszer is, továbbá van 14 elemű összefüggő generátorrendszer is, akkor mik $\dim(V)$ lehetséges értékei?

10, 11, 12, 13.

27. Ha egy $\{0\} \neq W \leq \mathbb{R}^7$ altérben minden ötelemű generátorrendszerből kiválasztható kételemű generátorrendszer, akkor mik $\dim(W)$ lehetséges értékei?

1, 2, 6, 7.