1. Adjunk meg egy olyan nem üres részhalmazt $\mathbb{R}[x]$-ben, amely zárt a skalárral szorzásra, de nem zárt az összeadásra.

Pl. az elsőfokú polinomok és a nullapolinom.

2. Adjunk meg egy olyan nem üres részhalmazt $\mathbb{R}[x]$-ben, amely zárt az összeadásra, de nem zárt a (valós) skalárral szorzásra.

Pl. az egész együtthatós polinomok.

3. Adjunk meg egy olyan nem üres részhalmazt $\mathbb{R}^{2\times 2}$-ben, amely zárt a negatív valós számokkal való szorzásra, de nem zárt az összes valós számmal való szorzásra.

Pl. a nem nulla mátrixok.

4. Adjunk meg egy olyan nem üres részhalmazt $\mathbb{C}$-ben, amely zárt a tisztán képzetes komplex számokkal való szorzásra, de nem altér $\mathbb{C}$ fölött.

Pl. A valós és a képzetes tengely uniója.

5. Adjunk ellenpéldát az alábbi állításra: „$\mathbb{C}^{2\times 2}$ nem invertálható mátrixai alteret alkotnak."

Pl. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ és $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ közöttük van, de az összegük nincs.

6. Adjunk meg $\mathbb{C}^{2\times 2}$-ben egy olyan összeadásra zárt halmazt, ami nem altér.

Pl. a valós elemű mátrixok.

7. Adjunk ellenpéldát a következő állításra: „azok az $M \in \mathbb{C}^{2\times 2}$ mátrixok, melyeknek sajátértéke a 3, alteret alkotnak."

Pl. $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ benne van, de a kétszerese nincs.

8. Adjunk ellenpéldát a következő állításra: „azok az $f \in \mathbb{C}[x]$ polinomok, amelyeknek a foka legalább 3, a nullapolinommal együtt alteret alkotnak."

Pl. x^3 és $-x^3 + x$ benne van, de az összegük nincs.

9. Adjuk meg $\mathbb{Q}$ egy részhalmazát, mely összeadásra zárt, de racionális skalárral szorzásra nem.

Pl. az egész számok.

10. Adjuk meg $\mathbb{C}$ egy részhalmazát, mely valós skalárral szorzásra zárt, de összeadásra nem.

Pl. a valós számok és a tisztán képzetes számok (együtt).

11. Mely $n > 0$ egészekre igaz, hogy egy n-dimenziós vektortér minden skalárral szorzásra zárt részhalmaza altér?

$n = 1$

12. Az $\{f \in \mathbb{C}[x] \,:\, f(c) = c + 1\}$ milyen $c \in \mathbb{C}$ esetén altér?

$c = -1$

13. Adjuk meg $\mathbb{R}^3$ egy részhalmazát, mely összeadásra nem zárt, de valós skalárral szorzásra igen.

Pl. azok a vektorok, melyeknek van nulla komponense. Két origón átmenő sík uniója is jó.

14. Adjuk meg $\mathbb{C}^2$ egy részhalmazát, mely $\mathbb{R}$ fölött háromdimenziós altér, de $\mathbb{C}$ fölött nem altér.

Pl. azok a vektorok, melyeknek az első komponense valós, a második tetszőleges.

15. Adjuk meg $\mathbb{C}^2$ egy részhalmazát, mely $\mathbb{R}$ fölött egydimenziós altér, de $\mathbb{C}$ fölött nem altér.

Pl. azok a vektorok, melyeknek első komponense valós, a második nulla.

16. Adjuk meg $\mathbb{R}[x]$ egy részhalmazát, mely $\mathbb{Q}$ fölött kétdimenziós altér, de $\mathbb{R}$ fölött nem altér.

Pl. $\{ax + b \,:\, a, b \in \mathbb{Q}\}$.

17. Adjuk meg $\mathbb{R}[x]$ egy részhalmazát, mely összeadásra zárt, de (valós) skalárral szorzásra nem.

Pl. az egész együtthatós polinomok.

18. Adjuk meg a sík mint $\mathbb{R}$ fölötti vektortér egy olyan részhalmazát, mely (valós) skalárral szorzásra zárt, de összegképzésre nem.

Pl. az első és harmadik síknegyed uniója.

19. Adjuk meg az $\mathbb{R}[x]$ mint $\mathbb{R}$ fölötti vektortér egy olyan részhalmazát, mely (valós) skalárral szorzásra zárt, de összegképzésre nem.

Pl. $\{rx, rx^2 \,:\, r \in \mathbb{R}\}$.

20. Adjunk példát, ami mutatja, hogy a páros fokú valós együtthatós polinomok halmaza nem zárt az összeadásra.

Pl. x^4 és $x - x^4$.