Algebra és számelmélet

ELTE Algebra és Számelmélet Tanszék

Konzultáció: Kiss Emil
http://ewkiss.web.elte.hu/wp/wordpress
ewwkiss@gmail.com

4. előadás

A polinomok műveleti tulajdonságai

Polinomokkal a „szokásos” módon számolhatunk:

A polinomok műveleti tulajdonságai

Polinomokkal a „szokásos" módon számolhatunk:

Tétel (K2.1.6, HF ellenőrizni)

Tetszőleges f, g, h polinomokra érvényesek az alábbiak.

A polinomok műveleti tulajdonságai

Polinomokkal a „szokásos” módon számolhatunk:

Tétel (K2.1.6, HF ellenőrizni)

Tetszőleges f, g, h polinomokra érvényesek az alábbiak.

(1) $(f+g)+h = f+(g+h)$ (az összeadás asszociatív).

A polinomok műveleti tulajdonságai

Polinomokkal a „szokásos" módon számolhatunk:

Tétel (K2.1.6, HF ellenőrizni)

Tetszőleges f, g, h polinomokra érvényesek az alábbiak.

(1) $(f + g) + h = f + (g + h)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $f + g = g + f$ (az összeadás kommutatív).

A polinomok műveleti tulajdonságai

Polinomokkal a „szokásos” módon számolhatunk:

Tétel (K2.1.6, HF ellenőrizni)

Tetszőleges f, g, h polinomokra érvényesek az alábbiak.

(1) $(f+g)+h = f+(g+h)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $f+g = g+f$ (az összeadás kommutatív).

(3) $f+0 = 0+f = f$ (az ilyen tulajdonságú 0 elem a nullelem).

A polinomok műveleti tulajdonságai

Polinomokkal a „szokásos” módon számolhatunk:

Tétel (K2.1.6, HF ellenőrizni)

Tetszőleges f, g, h polinomokra érvényesek az alábbiak.

(1) $(f+g)+h = f+(g+h)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $f+g = g+f$ (az összeadás kommutatív).

(3) $f+0 = 0+f = f$ (az ilyen tulajdonságú 0 elem a nullelem).

(4) Minden f-nek van ellentettje.

A polinomok műveleti tulajdonságai

Polinomokkal a „szokásos” módon számolhatunk:

Tétel (K2.1.6, HF ellenőrizni)

Tetszőleges f, g, h polinomokra érvényesek az alábbiak.

(1) $(f+g)+h = f+(g+h)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $f+g = g+f$ (az összeadás kommutatív).

(3) $f+0 = 0+f = f$ (az ilyen tulajdonságú 0 elem a nullelem).

(4) Minden f-nek van ellentettje.

(5) $(fg)h = f(gh)$ (a szorzás asszociatív).

A polinomok műveleti tulajdonságai

Polinomokkal a „szokásos" módon számolhatunk:

Tétel (K2.1.6, HF ellenőrizni)

Tetszőleges f, g, h polinomokra érvényesek az alábbiak.

(1) $(f+g)+h = f+(g+h)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $f+g = g+f$ (az összeadás kommutatív).

(3) $f+0 = 0+f = f$ (az ilyen tulajdonságú 0 elem a nullelem).

(4) Minden f-nek van ellentettje.

(5) $(fg)h = f(gh)$ (a szorzás asszociatív).

(6) $fg = gf$ (a szorzás kommutatív).

A polinomok műveleti tulajdonságai

Polinomokkal a „szokásos” módon számolhatunk:

Tétel (K2.1.6, HF ellenőrizni)

Tetszőleges f, g, h polinomokra érvényesek az alábbiak.

(1) $(f+g)+h = f+(g+h)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $f+g = g+f$ (az összeadás kommutatív).

(3) $f+0 = 0+f = f$ (az ilyen tulajdonságú 0 elem a nullelem).

(4) Minden f-nek van ellentettje.

(5) $(fg)h = f(gh)$ (a szorzás asszociatív).

(6) $fg = gf$ (a szorzás kommutatív).

(7) $f \cdot 1 = 1 \cdot f = f$ (a konstans 1 polinom egységelem).

A polinomok műveleti tulajdonságai

Polinomokkal a „szokásos” módon számolhatunk:

Tétel (K2.1.6, HF ellenőrizni)

Tetszőleges f, g, h polinomokra érvényesek az alábbiak.

(1) $(f+g)+h = f+(g+h)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $f+g = g+f$ (az összeadás kommutatív).

(3) $f+0 = 0+f = f$ (az ilyen tulajdonságú 0 elem a nullelem).

(4) Minden f-nek van ellentettje.

(5) $(fg)h = f(gh)$ (a szorzás asszociatív).

(6) $fg = gf$ (a szorzás kommutatív).

(7) $f \cdot 1 = 1 \cdot f = f$ (a konstans 1 polinom egységelem).

(8) $(f+g)h = fh+gh$ (disztributivitás).

A polinomok műveleti tulajdonságai

Polinomokkal a „szokásos” módon számolhatunk:

Tétel (K2.1.6, HF ellenőrizni)

Tetszőleges f, g, h polinomokra érvényesek az alábbiak.

(1) $(f+g)+h = f+(g+h)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $f+g = g+f$ (az összeadás kommutatív).

(3) $f+0 = 0+f = f$ (az ilyen tulajdonságú 0 elem a nullelem).

(4) Minden f-nek van ellentettje.

(5) $(fg)h = f(gh)$ (a szorzás asszociatív).

(6) $fg = gf$ (a szorzás kommutatív).

(7) $f \cdot 1 = 1 \cdot f = f$ (a konstans 1 polinom egységelem).

(8) $(f+g)h = fh+gh$ (disztributivitás).

HF: Vessük össze a négyzetes mátrixok műveleti tulajdonságaival.

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$.

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor
$f^*(2) = 3 \cdot 2^4$

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor
$f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3$

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor
$f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3 + 2$

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor
$f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3 + 2 + 2$

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor
$f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3 + 2 + 2 = 68$.

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor $f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3 + 2 + 2 = 68$. Kevesebb szorzás kell, ha

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor $f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3 + 2 + 2 = 68$. Kevesebb szorzás kell, ha

$$f(x) = \left(3x^3 + 2x^2 + 1\right)x + 2 =$$

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor $f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3 + 2 + 2 = 68$. Kevesebb szorzás kell, ha

$$f(x) = \left(3x^3 + 2x^2 + 1\right)x + 2 =$$
$$= \left((3x^2 + 2x)x + 1\right)x + 2 =$$

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor $f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3 + 2 + 2 = 68$. Kevesebb szorzás kell, ha

$$f(x) = \Big(3x^3 + 2x^2 + 1\Big)x + 2 =$$
$$= \Big((3x^2 + 2x)x + 1\Big)x + 2 =$$
$$= \Big((3x^2 + 2x + 0)x + 1\Big)x + 2 =$$

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor $f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3 + 2 + 2 = 68$. Kevesebb szorzás kell, ha

$$f(x) = \Big(3x^3 + 2x^2 + 1\Big)x + 2 =$$
$$= \Big(\big(3x^2 + 2x\big)x + 1\Big)x + 2 =$$
$$= \Big(\big(3x^2 + 2x + 0\big)x + 1\Big)x + 2 =$$
$$= \Big(\big((3x + 2)x + 0\big)x + 1\Big)x + 2.$$

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor $f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3 + 2 + 2 = 68$. Kevesebb szorzás kell, ha $f(x) = \Big(\big((3x+2)x+0\big)x+1\Big)x+2$.

$$f(x) = \Big(3x^3 + 2x^2 + 1\Big)x + 2 =$$
$$= \Big((3x^2 + 2x)x + 1\Big)x + 2 =$$
$$= \Big((3x^2 + 2x + 0)x + 1\Big)x + 2 =$$
$$= \Big(((3x + 2)x + 0)x + 1\Big)x + 2.$$

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor $f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3 + 2 + 2 = 68$. Kevesebb szorzás kell, ha $f(x) = \Big(\big((3x + 2)x + 0\big)x + 1\Big)x + 2$. Belülről kifelé:

f együtthatói					

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor $f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3 + 2 + 2 = 68$. Kevesebb szorzás kell, ha $f(x) = \Big(\big((3x + 2)x + 0\big)x + 1\Big)x + 2$. Belülről kifelé:

	x^4				
f együtthatói	3				

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor $f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3 + 2 + 2 = 68$. Kevesebb szorzás kell, ha $f(x) = \Big(((3x + 2)x + 0)x + 1\Big)x + 2$. Belülről kifelé:

	x^4	x^3			
f együtthatói	3	2			

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor $f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3 + 2 + 2 = 68$. Kevesebb szorzás kell, ha $f(x) = \Big(((3x + 2)x + 0)x + 1\Big)x + 2$. Belülről kifelé:

	x^4	x^3	x^2		
f együtthatói	3	2	0		

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor $f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3 + 2 + 2 = 68$. Kevesebb szorzás kell, ha $f(x) = \Big(\big((3x + 2)x + 0\big)x + 1\Big)x + 2$. Belülről kifelé:

	x^4	x^3	x^2	x^1	
f együtthatói	3	2	0	1	

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor $f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3 + 2 + 2 = 68$. Kevesebb szorzás kell, ha $f(x) = \Big(((3x + 2)x + 0)x + 1\Big)x + 2$. Belülről kifelé:

	x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
f együtthatói	3	2	0	1	2

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor $f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3 + 2 + 2 = 68$. Kevesebb szorzás kell, ha $f(x) = \Big(\big((3x+2)x+0\big)x+1\Big)x+2$. Belülről kifelé:

	x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
f együtthatói	3	2	0	1	2
$b = 2$					

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor $f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3 + 2 + 2 = 68$. Kevesebb szorzás kell, ha $f(x) = \Big(\big((3x + 2)x + 0\big)x + 1\Big)x + 2$. Belülről kifelé:

	x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
f együtthatói	3	2	0	1	2
$b = 2$	3				

Lemásoljuk a főegyütthatót.

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor $f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3 + 2 + 2 = 68$. Kevesebb szorzás kell, ha $f(x) = \Big(\big((3x+2)x+0\big)x+1\Big)x+2$. Belülről kifelé:

	x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
f együtthatói	3	2	0	1	2
$b = 2$	3				

Lemásoljuk a főegyütthatót. Balról indulva az utoljára kitöltött mezőben talált értéket

3

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor $f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3 + 2 + 2 = 68$. Kevesebb szorzás kell, ha $f(x) = \Big(\big((3x + 2)x + 0\big)x + 1\Big)x + 2$. Belülről kifelé:

	x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
f együtthatói	3	2	0	1	2
$b = 2$	3				

Lemásoljuk a főegyütthatót. Balról indulva az utoljára kitöltött mezőben talált értéket megszorozzuk $b = 2$-vel,

$3 \cdot 2$

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor $f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3 + 2 + 2 = 68$. Kevesebb szorzás kell, ha $f(x) = \Big(\big((3x+2)x + 0\big)x + 1\Big)x + 2$. Belülről kifelé:

	x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
f együtthatói	3	2	0	1	2
$b = 2$	3				

Lemásoljuk a főegyütthatót. Balról indulva az utoljára kitöltött mezőben talált értéket megszorozzuk $b = 2$-vel, hozzáadjuk a következő, üres mező fölött található együtthatót,

$3 \cdot 2 + 2$

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor $f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3 + 2 + 2 = 68$. Kevesebb szorzás kell, ha $f(x) = \Big(\big((3x+2)x+0\big)x+1\Big)x+2$. Belülről kifelé:

	x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
f együtthatói	3	2	0	1	2
$b = 2$	3	8			

Lemásoljuk a főegyütthatót. Balról indulva az utoljára kitöltött mezőben talált értéket megszorozzuk $b = 2$-vel,
hozzáadjuk a következő, üres mező fölött található együtthatót,
és az eredményt beírjuk ebbe az üres mezőbe.

$3 \cdot 2 + 2 = 8$

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor $f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3 + 2 + 2 = 68$. Kevesebb szorzás kell, ha $f(x) = \Big(\big((3x+2)x+0\big)x+1\Big)x+2$. Belülről kifelé:

	x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
f együtthatói	3	2	0	1	2
$b = 2$	3	8	16		

Lemásoljuk a főegyütthatót. Balról indulva az utoljára kitöltött mezőben talált értéket megszorozzuk $b = 2$-vel, hozzáadjuk a következő, üres mező fölött található együtthatót, és az eredményt beírjuk ebbe az üres mezőbe.

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor $f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3 + 2 + 2 = 68$. Kevesebb szorzás kell, ha $f(x) = \Big(\big((3x + 2)x + 0\big)x + 1\Big)x + 2$. Belülről kifelé:

	x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
f együtthatói	3	2	0	1	2
$b = 2$	3	8	16	33	

Lemásoljuk a főegyütthatót. Balról indulva az utoljára kitöltött mezőben talált értéket megszorozzuk $b = 2$-vel, hozzáadjuk a következő, üres mező fölött található együtthatót, és az eredményt beírjuk ebbe az üres mezőbe.

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor $f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3 + 2 + 2 = 68$. Kevesebb szorzás kell, ha $f(x) = \Big(\big((3x + 2)x + 0\big)x + 1\Big)x + 2$. Belülről kifelé:

	x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
f együtthatói	3	2	0	1	2
$b = 2$	3	8	16	33	68

Lemásoljuk a főegyütthatót. Balról indulva az utoljára kitöltött mezőben talált értéket megszorozzuk $b = 2$-vel, hozzáadjuk a következő, üres mező fölött található együtthatót, és az eredményt beírjuk ebbe az üres mezőbe.

Példa behelyettesítésre

Példa

Legyen $f(x) = 3x^4 + 2x^3 + x + 2$ és $b = 2$. Ekkor $f^*(2) = 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^3 + 2 + 2 = 68$. Kevesebb szorzás kell, ha $f(x) = \Big(\big((3x + 2)x + 0\big)x + 1\Big)x + 2$. Belülről kifelé:

	x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
f együtthatói	3	2	0	1	2
$b = 2$	3	8	16	33	68

Lemásoljuk a főegyütthatót. Balról indulva az utoljára kitöltött mezőben talált értéket megszorozzuk $b = 2$-vel,
hozzáadjuk a következő, üres mező fölött található együtthatót,
és az eredményt beírjuk ebbe az üres mezőbe.
Tehát $f^*(2) = 68$ a konstans tag alatt jelenik meg.

A Horner elrendezés (K2.4)

(1) A táblázat felső sorába balról jobbra beírjuk sorban a polinom együtthatóit, a főtagtól a konstans tagig.

A Horner elrendezés (K2.4)

(1) A táblázat felső sorába balról jobbra beírjuk sorban a polinom együtthatóit, a főtagtól a konstans tagig.

$$f(x) = a_n x^n + \ldots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \ldots + a_1 x + a_0.$$

A Horner elrendezés (K2.4)

(1) A táblázat felső sorába balról jobbra beírjuk sorban a polinom együtthatóit, a főtagtól a konstans tagig.

$$f(x) = a_n x^n + \ldots + a_{j+1}x^{j+1} + a_j x^j + \ldots + a_1 x + a_0.$$

	a_n						

A Horner elrendezés (K2.4)

(1) A táblázat felső sorába balról jobbra beírjuk sorban a polinom együtthatóit, a főtagtól a konstans tagig.

$$f(x) = a_n x^n + \ldots + a_{j+1}x^{j+1} + a_j x^j + \ldots + a_1 x + a_0.$$

	a_n	$\ldots$	a_{j+1}				

A Horner elrendezés (K2.4)

(1) A táblázat felső sorába balról jobbra beírjuk sorban a polinom együtthatóit, a főtagtól a konstans tagig.

$$f(x) = a_n x^n + \ldots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \ldots + a_1 x + a_0.$$

	a_n	$\ldots$	a_{j+1}	a_j			

A Horner elrendezés (K2.4)

(1) A táblázat felső sorába balról jobbra beírjuk sorban a polinom együtthatóit, a főtagtól a konstans tagig.

$$f(x) = a_n x^n + \ldots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \ldots + a_1 x + a_0.$$

	a_n	$\ldots$	a_{j+1}	a_j	$\ldots$	a_1	

A Horner elrendezés (K2.4)

(1) A táblázat felső sorába balról jobbra beírjuk sorban a polinom együtthatóit, a főtagtól a konstans tagig.

$$f(x) = a_n x^n + \ldots + a_{j+1}x^{j+1} + a_j x^j + \ldots + a_1 x + a_0.$$

	a_n	$\ldots$	a_{j+1}	a_j	$\ldots$	a_1	a_0

A Horner elrendezés (K2.4)

(1) A táblázat felső sorába balról jobbra beírjuk sorban a polinom együtthatóit, a főtagtól a konstans tagig. (A polinomban nem kiírt nulla együtthatókat is!)

$$f(x) = a_n x^n + \ldots + a_{j+1}x^{j+1} + a_j x^j + \ldots + a_1 x + a_0.$$

	a_n	$\ldots$	a_{j+1}	a_j	$\ldots$	a_1	a_0

A Horner elrendezés (K2.4)

(1) A táblázat felső sorába balról jobbra beírjuk sorban a polinom együtthatóit, a főtagtól a konstans tagig. (A polinomban nem kiírt nulla együtthatókat is!)

(2) Az alsó sor elejére odaírjuk a behelyettesítendő b értéket.

$$f(x) = a_n x^n + \ldots + a_{j+1}x^{j+1} + a_j x^j + \ldots + a_1 x + a_0.$$

	a_n	$\ldots$	a_{j+1}	a_j	$\ldots$	a_1	a_0

A Horner elrendezés (K2.4)

(1) A táblázat felső sorába balról jobbra beírjuk sorban a polinom együtthatóit, a főtagtól a konstans tagig. (A polinomban nem kiírt nulla együtthatókat is!)

(2) Az alsó sor elejére odaírjuk a behelyettesítendő b értéket.

$$f(x) = a_n x^n + \ldots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \ldots + a_1 x + a_0.$$

	a_n	$\ldots$	a_{j+1}	a_j	$\ldots$	a_1	a_0
b							

A Horner elrendezés (K2.4)

(1) A táblázat felső sorába balról jobbra beírjuk sorban a polinom együtthatóit, a főtagtól a konstans tagig. (A polinomban nem kiírt nulla együtthatókat is!)

(2) Az alsó sor elejére odaírjuk a behelyettesítendő b értéket. Bemásoljuk a főegyütthatót, a főegyüttható alá.

$$f(x) = a_n x^n + \ldots + a_{j+1}x^{j+1} + a_j x^j + \ldots + a_1 x + a_0.$$

	a_n	$\ldots$	a_{j+1}	a_j	$\ldots$	a_1	a_0
b							

A Horner elrendezés (K2.4)

(1) A táblázat felső sorába balról jobbra beírjuk sorban a polinom együtthatóit, a főtagtól a konstans tagig. (A polinomban nem kiírt nulla együtthatókat is!)

(2) Az alsó sor elejére odaírjuk a behelyettesítendő b értéket. Bemásoljuk a főegyütthatót, a főegyüttható alá.

$$f(x) = a_n x^n + \ldots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \ldots + a_1 x + a_0.$$

	a_n	$\ldots$	a_{j+1}	a_j	$\ldots$	a_1	a_0
b	$c_{n-1} = a_n$ c_{n-1}						

A Horner elrendezés (K2.4)

(1) A táblázat felső sorába balról jobbra beírjuk sorban a polinom együtthatóit, a főtagtól a konstans tagig. (A polinomban nem kiírt nulla együtthatókat is!)

(2) Az alsó sor elejére odaírjuk a behelyettesítendő b értéket. Bemásoljuk a főegyütthatót, a főegyüttható alá.

(3) Az utoljára kitöltött mezőbeli értéket

$$f(x) = a_n x^n + \ldots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \ldots + a_1 x + a_0.$$

	a_n	$\ldots$	a_{j+1}	a_j	$\ldots$	a_1	a_0
b	$c_{n-1} = a_n$	$\ldots$	c_j	c_j			
	c_{n-1}	$\ldots$	c_j				

A Horner elrendezés (K2.4)

(1) A táblázat felső sorába balról jobbra beírjuk sorban a polinom együtthatóit, a főtagtól a konstans tagig. (A polinomban nem kiírt nulla együtthatókat is!)

(2) Az alsó sor elejére odaírjuk a behelyettesítendő b értéket. Bemásoljuk a főegyütthatót, a főegyüttható alá.

(3) Az utoljára kitöltött mezőbeli értéket megszorozzuk b-vel,

$$f(x) = a_n x^n + \ldots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \ldots + a_1 x + a_0.$$

	a_n	$\ldots$	a_{j+1}	a_j	$\ldots$	a_1	a_0
b	$c_{n-1} = a_n$	$\ldots$	c_j	c_j			
	c_{n-1}	$\ldots$	c_j				

A Horner elrendezés (K2.4)

(1) A táblázat felső sorába balról jobbra beírjuk sorban a polinom együtthatóit, a főtagtól a konstans tagig. (A polinomban nem kiírt nulla együtthatókat is!)

(2) Az alsó sor elejére odaírjuk a behelyettesítendő b értéket. Bemásoljuk a főegyütthatót, a főegyüttható alá.

(3) Az utoljára kitöltött mezőbeli értéket megszorozzuk b-vel,

$$f(x) = a_n x^n + \ldots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \ldots + a_1 x + a_0.$$

	a_n	$\ldots$	a_{j+1}	a_j	$\ldots$	a_1	a_0
b	$c_{n-1} = a_n$	$\ldots$	c_j	$c_j b$			
	c_{n-1}	$\ldots$	c_j				

A Horner elrendezés (K2.4)

(1) A táblázat felső sorába balról jobbra beírjuk sorban a polinom együtthatóit, a főtagtól a konstans tagig. (A polinomban nem kiírt nulla együtthatókat is!)

(2) Az alsó sor elejére odaírjuk a behelyettesítendő b értéket. Bemásoljuk a főegyütthatót, a főegyüttható alá.

(3) Az utoljára kitöltött mezőbeli értéket megszorozzuk b-vel, hozzáadjuk a mellette jobbra lévő üres mező fölötti együtthatót,

$$f(x) = a_n x^n + \ldots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \ldots + a_1 x + a_0.$$

	a_n	$\ldots$	a_{j+1}	a_j	$\ldots$	a_1	a_0
b	$c_{n-1} = a_n$	$\ldots$	c_j	$c_j b$			
	c_{n-1}	$\ldots$	c_j				

A Horner elrendezés (K2.4)

(1) A táblázat felső sorába balról jobbra beírjuk sorban a polinom együtthatóit, a főtagtól a konstans tagig. (A polinomban nem kiírt nulla együtthatókat is!)

(2) Az alsó sor elejére odaírjuk a behelyettesítendő b értéket. Bemásoljuk a főegyütthatót, a főegyüttható alá.

(3) Az utoljára kitöltött mezőbeli értéket megszorozzuk b-vel, hozzáadjuk a mellette jobbra lévő üres mező fölötti együtthatót,

$$f(x) = a_n x^n + \ldots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \ldots + a_1 x + a_0.$$

	a_n	$\ldots$	a_{j+1}	a_j	$\ldots$	a_1	a_0
b	$c_{n-1} = a_n$	$\ldots$	c_j	$c_j b + a_j =$			
	c_{n-1}	$\ldots$	c_j				

A Horner elrendezés (K2.4)

(1) A táblázat felső sorába balról jobbra beírjuk sorban a polinom együtthatóit, a főtagtól a konstans tagig. (A polinomban nem kiírt nulla együtthatókat is!)

(2) Az alsó sor elejére odaírjuk a behelyettesítendő b értéket. Bemásoljuk a főegyütthatót, a főegyüttható alá.

(3) Az utoljára kitöltött mezőbeli értéket megszorozzuk b-vel, hozzáadjuk a mellette jobbra lévő üres mező fölötti együtthatót, és ezt beírjuk ebbe az üres mezőbe.

$$f(x) = a_n x^n + \ldots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \ldots + a_1 x + a_0.$$

	a_n	$\ldots$	a_{j+1}	a_j	$\ldots$	a_1	a_0
b	$c_{n-1} = a_n$	$\ldots$	c_j	$c_j b + a_j =$			
	c_{n-1}	$\ldots$	c_j				

A Horner elrendezés (K2.4)

(1) A táblázat felső sorába balról jobbra beírjuk sorban a polinom együtthatóit, a főtagtól a konstans tagig. (A polinomban nem kiírt nulla együtthatókat is!)

(2) Az alsó sor elejére odaírjuk a behelyettesítendő b értéket. Bemásoljuk a főegyütthatót, a főegyüttható alá.

(3) Az utoljára kitöltött mezőbeli értéket megszorozzuk b-vel, hozzáadjuk a mellette jobbra lévő üres mező fölötti együtthatót, és ezt beírjuk ebbe az üres mezőbe.

$$f(x) = a_n x^n + \ldots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \ldots + a_1 x + a_0.$$

	a_n	$\ldots$	a_{j+1}	a_j	$\ldots$	a_1	a_0
b	$c_{n-1} = a_n$ c_{n-1}	$\ldots$ $\ldots$	c_j c_j	$c_j b + a_j =$ $= c_{j-1}$			

A Horner elrendezés (K2.4)

(1) A táblázat felső sorába balról jobbra beírjuk sorban a polinom együtthatóit, a főtagtól a konstans tagig. (A polinomban nem kiírt nulla együtthatókat is!)

(2) Az alsó sor elejére odaírjuk a behelyettesítendő b értéket. Bemásoljuk a főegyütthatót, a főegyüttható alá.

(3) Az utoljára kitöltött mezőbeli értéket megszorozzuk b-vel, hozzáadjuk a mellette jobbra lévő üres mező fölötti együtthatót, és ezt beírjuk ebbe az üres mezőbe.

$$f(x) = a_n x^n + \ldots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \ldots + a_1 x + a_0.$$

	a_n	$\ldots$	a_{j+1}	a_j	$\ldots$	a_1	a_0
b	$c_{n-1} = a_n$	$\ldots$	c_j	$c_j b + a_j =$	$\ldots$	c_0	c_0
	c_{n-1}	$\ldots$	c_j	$= c_{j-1}$	$\ldots$	c_0	

A Horner elrendezés (K2.4)

(1) A táblázat felső sorába balról jobbra beírjuk sorban a polinom együtthatóit, a főtagtól a konstans tagig. (A polinomban nem kiírt nulla együtthatókat is!)

(2) Az alsó sor elejére odaírjuk a behelyettesítendő b értéket. Bemásoljuk a főegyütthatót, a főegyüttható alá.

(3) Az utoljára kitöltött mezőbeli értéket megszorozzuk b-vel, hozzáadjuk a mellette jobbra lévő üres mező fölötti együtthatót, és ezt beírjuk ebbe az üres mezőbe.

$$f(x) = a_n x^n + \ldots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \ldots + a_1 x + a_0.$$

	a_n	$\ldots$	a_{j+1}	a_j	$\ldots$	a_1	a_0
b	$c_{n-1} = a_n$	$\ldots$	c_j	$c_j b + a_j =$	$\ldots$	c_0	$c_0 b$
	c_{n-1}	$\ldots$	c_j	$= c_{j-1}$	$\ldots$	c_0	

A Horner elrendezés (K2.4)

(1) A táblázat felső sorába balról jobbra beírjuk sorban a polinom együtthatóit, a főtagtól a konstans tagig. (A polinomban nem kiírt nulla együtthatókat is!)

(2) Az alsó sor elejére odaírjuk a behelyettesítendő b értéket. Bemásoljuk a főegyütthatót, a főegyüttható alá.

(3) Az utoljára kitöltött mezőbeli értéket megszorozzuk b-vel, hozzáadjuk a mellette jobbra lévő üres mező fölötti együtthatót, és ezt beírjuk ebbe az üres mezőbe.

$$f(x) = a_n x^n + \ldots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \ldots + a_1 x + a_0.$$

	a_n	$\ldots$	a_{j+1}	a_j	$\ldots$	a_1	a_0
b	$c_{n-1} = a_n$	$\ldots$	c_j	$c_j b + a_j =$	$\ldots$	c_0	$c_0 b + a_0 =$
	c_{n-1}	$\ldots$	c_j	$= c_{j-1}$	$\ldots$	c_0	

A Horner elrendezés (K2.4)

(1) A táblázat felső sorába balról jobbra beírjuk sorban a polinom együtthatóit, a főtagtól a konstans tagig. (A polinomban nem kiírt nulla együtthatókat is!)

(2) Az alsó sor elejére odaírjuk a behelyettesítendő b értéket. Bemásoljuk a főegyütthatót, a főegyüttható alá.

(3) Az utoljára kitöltött mezőbeli értéket megszorozzuk b-vel, hozzáadjuk a mellette jobbra lévő üres mező fölötti együtthatót, és ezt beírjuk ebbe az üres mezőbe.

(4) Az $f^*(b)$ értékét az alsó sor végéről olvashatjuk le.

$$f(x) = a_n x^n + \ldots + a_{j+1}x^{j+1} + a_j x^j + \ldots + a_1 x + a_0.$$

	a_n	$\ldots$	a_{j+1}	a_j	$\ldots$	a_1	a_0
b	$c_{n-1} = a_n$	$\ldots$	c_j	$c_j b + a_j =$	$\ldots$	c_0	$c_0 b + a_0 =$
	c_{n-1}	$\ldots$	c_j	$= c_{j-1}$	$\ldots$	c_0	

A Horner elrendezés (K2.4)

(1) A táblázat felső sorába balról jobbra beírjuk sorban a polinom együtthatóit, a főtagtól a konstans tagig. (A polinomban nem kiírt nulla együtthatókat is!)

(2) Az alsó sor elejére odaírjuk a behelyettesítendő b értéket. Bemásoljuk a főegyütthatót, a főegyüttható alá.

(3) Az utoljára kitöltött mezőbeli értéket megszorozzuk b-vel, hozzáadjuk a mellette jobbra lévő üres mező fölötti együtthatót, és ezt beírjuk ebbe az üres mezőbe.

(4) Az $f^*(b)$ értékét az alsó sor végéről olvashatjuk le.

$$f(x) = a_n x^n + \ldots + a_{j+1} x^{j+1} + a_j x^j + \ldots + a_1 x + a_0.$$

	a_n	$\ldots$	a_{j+1}	a_j	$\ldots$	a_1	a_0
b	$c_{n-1} = a_n$ c_{n-1}	$\ldots$ $\ldots$	c_j c_j	$c_j b + a_j =$ $= c_{j-1}$	$\ldots$ $\ldots$	c_0 c_0	$c_0 b + a_0 =$ $= f^*(b)$

A Horner-tétel bizonyítása

Legyen $f(x) = a_n x^n + \ldots + a_{j+1}x^{j+1} + a_j x^j + \ldots + a_1 x + a_0$,

A Horner-tétel bizonyítása

Legyen $f(x) = a_n x^n + \ldots + a_{j+1}x^{j+1} + a_j x^j + \ldots + a_1 x + a_0$,

	a_n	$\ldots$	a_{j+1}	a_j	$\ldots$	a_1	a_0
	$c_{n-1} = a_n$	$\ldots$	c_j	c_{j-1}	$\ldots$	c_0	B

A Horner-tétel bizonyítása

Legyen $f(x) = a_n x^n + \ldots + a_{j+1}x^{j+1} + a_j x^j + \ldots + a_1 x + a_0$,

	a_n	$\ldots$	a_{j+1}	a_j	$\ldots$	a_1	a_0
	$c_{n-1} = a_n$	$\ldots$	c_j	c_{j-1}	$\ldots$	c_0	B

$$c_{j-1} = bc_j + a_j$$

A Horner-tétel bizonyítása

Legyen $f(x) = a_n x^n + \ldots + a_{j+1}x^{j+1} + a_j x^j + \ldots + a_1 x + a_0$,

	a_n	$\ldots$	a_{j+1}	a_j	$\ldots$	a_1	a_0
	$c_{n-1} = a_n$	$\ldots$	c_j	c_{j-1}	$\ldots$	c_0	B

$$c_{j-1} = bc_j + a_j$$

$$B = bc_0 + a_0$$

A Horner-tétel bizonyítása

Legyen $f(x) = a_n x^n + \ldots + a_{j+1}x^{j+1} + a_j x^j + \ldots + a_1 x + a_0$,

	a_n	$\ldots$	a_{j+1}	a_j	$\ldots$	a_1	a_0
	$c_{n-1} = a_n$	$\ldots$	c_j	c_{j-1}	$\ldots$	c_0	B

$$c_{j-1} = bc_j + a_j$$
$$B = bc_0 + a_0$$

és $q(x) = c_{n-1}x^{n-1} + \ldots + c_j x^j + c_{j-1}x^{j-1} + \ldots + c_1 x + c_0$.

A Horner-tétel bizonyítása

Legyen $f(x) = a_n x^n + \ldots + a_{j+1}x^{j+1} + a_j x^j + \ldots + a_1 x + a_0$,

	a_n	$\ldots$	a_{j+1}	a_j	$\ldots$	a_1	a_0
	$c_{n-1} = a_n$	$\ldots$	c_j	c_{j-1}	$\ldots$	c_0	B

$$c_{j-1} = bc_j + a_j$$
$$B = bc_0 + a_0$$

és $q(x) = c_{n-1}x^{n-1} + \ldots + c_j x^j + c_{j-1}x^{j-1} + \ldots + c_1 x + c_0$.

Állítás: $B = f^*(b)$

A Horner-tétel bizonyítása

Legyen $f(x) = a_n x^n + \ldots + a_{j+1}x^{j+1} + a_j x^j + \ldots + a_1 x + a_0$,

	a_n	$\ldots$	a_{j+1}	a_j	$\ldots$	a_1	a_0
	$c_{n-1} = a_n$	$\ldots$	c_j	c_{j-1}	$\ldots$	c_0	B

$c_{j-1} = bc_j + a_j$

$B = bc_0 + a_0$

és $q(x) = c_{n-1}x^{n-1} + \ldots + c_j x^j + c_{j-1}x^{j-1} + \ldots + c_1 x + c_0$.

Állítás: $B = f^*(b)$ és $f(x) = (x - b)q(x) + f^*(b)$.

A Horner-tétel bizonyítása

Legyen $f(x) = a_n x^n + \ldots + a_{j+1}x^{j+1} + a_j x^j + \ldots + a_1 x + a_0$,

	a_n	$\ldots$	a_{j+1}	a_j	$\ldots$	a_1	a_0
	$c_{n-1} = a_n$	$\ldots$	c_j	c_{j-1}	$\ldots$	c_0	B

$c_{j-1} = bc_j + a_j$

$B = bc_0 + a_0$

és $q(x) = c_{n-1}x^{n-1} + \ldots + c_j x^j + c_{j-1}x^{j-1} + \ldots + c_1 x + c_0$.

Állítás: $B = f^*(b)$ és $f(x) = (x-b)q(x) + f^*(b)$.

Bizonyítás (K2.4.4. Gyakorlat)

Beszorzással, és x hatványai szerint rendezve:

A Horner-tétel bizonyítása

Legyen $f(x) = a_n x^n + \ldots + a_{j+1}x^{j+1} + a_j x^j + \ldots + a_1 x + a_0$,

	a_n	$\ldots$	a_{j+1}	a_j	$\ldots$	a_1	a_0
	$c_{n-1} = a_n$	$\ldots$	c_j	c_{j-1}	$\ldots$	c_0	B

$c_{j-1} = bc_j + a_j$

$B = bc_0 + a_0$

és $q(x) = c_{n-1}x^{n-1} + \ldots + c_j x^j + c_{j-1}x^{j-1} + \ldots + c_1 x + c_0$.

Állítás: $B = f^*(b)$ és $f(x) = (x-b)q(x) + f^*(b)$.

Bizonyítás (K2.4.4. Gyakorlat)

Beszorzással, és x hatványai szerint rendezve:

$$(x-b)(c_{n-1}x^{n-1} + \ldots + c_j x^j + c_{j-1}x^{j-1} + \ldots + c_1 x + c_0) + B$$

A Horner-tétel bizonyítása

Legyen $f(x) = a_n x^n + \ldots + a_{j+1}x^{j+1} + a_j x^j + \ldots + a_1 x + a_0$,

	a_n	$\ldots$	a_{j+1}	a_j	$\ldots$	a_1	a_0
	$c_{n-1} = a_n$	$\ldots$	c_j	c_{j-1}	$\ldots$	c_0	B

$$c_{j-1} = bc_j + a_j$$
$$B = bc_0 + a_0$$

és $q(x) = c_{n-1}x^{n-1} + \ldots + c_j x^j + c_{j-1}x^{j-1} + \ldots + c_1 x + c_0$.

Állítás: $B = f^*(b)$ és $f(x) = (x-b)q(x) + f^*(b)$.

Bizonyítás (K2.4.4. Gyakorlat)

Beszorzással, és x hatványai szerint rendezve:

$$(x-b)(c_{n-1}x^{n-1} + \ldots + c_j x^j + c_{j-1}x^{j-1} + \ldots + c_1 x + c_0) + B =$$
$$= c_{n-1}x^n$$

A Horner-tétel bizonyítása

Legyen $f(x) = a_n x^n + \ldots + a_{j+1}x^{j+1} + a_j x^j + \ldots + a_1 x + a_0$,

	a_n	$\ldots$	a_{j+1}	a_j	$\ldots$	a_1	a_0
	$c_{n-1} = a_n$	$\ldots$	c_j	c_{j-1}	$\ldots$	c_0	B

$c_{j-1} = bc_j + a_j$

$B = bc_0 + a_0$

és $q(x) = c_{n-1}x^{n-1} + \ldots + c_j x^j + c_{j-1}x^{j-1} + \ldots + c_1 x + c_0$.

Állítás: $B = f^*(b)$ és $f(x) = (x-b)q(x) + f^*(b)$.

Bizonyítás (K2.4.4. Gyakorlat)

Beszorzással, és x hatványai szerint rendezve:

$$(x-b)(c_{n-1}x^{n-1} + \ldots + c_j x^j + c_{j-1}x^{j-1} + \ldots + c_1 x + c_0) + B =$$
$$= c_{n-1}x^n + \ldots + (c_{j-1} - bc_j)x^j$$

A Horner-tétel bizonyítása

Legyen $f(x) = a_n x^n + \ldots + a_{j+1}x^{j+1} + a_j x^j + \ldots + a_1 x + a_0$,

	a_n	$\ldots$	a_{j+1}	a_j	$\ldots$	a_1	a_0
	$c_{n-1} = a_n$	$\ldots$	c_j	c_{j-1}	$\ldots$	c_0	B

$c_{j-1} = bc_j + a_j$

$B = bc_0 + a_0$

és $q(x) = c_{n-1}x^{n-1} + \ldots + c_j x^j + c_{j-1}x^{j-1} + \ldots + c_1 x + c_0$.

Állítás: $B = f^*(b)$ és $f(x) = (x-b)q(x) + f^*(b)$.

Bizonyítás (K2.4.4. Gyakorlat)

Beszorzással, és x hatványai szerint rendezve:

$$(x-b)(c_{n-1}x^{n-1} + \ldots + c_j x^j + c_{j-1}x^{j-1} + \ldots + c_1 x + c_0) + B =$$

$$= c_{n-1}x^n + \ldots + (c_{j-1} - bc_j)x^j + \ldots + (c_0 - bc_1)x - bc_0$$

A Horner-tétel bizonyítása

Legyen $f(x) = a_n x^n + \ldots + a_{j+1}x^{j+1} + a_j x^j + \ldots + a_1 x + a_0$,

	a_n	$\ldots$	a_{j+1}	a_j	$\ldots$	a_1	a_0
	$c_{n-1} = a_n$	$\ldots$	c_j	c_{j-1}	$\ldots$	c_0	B

$$c_{j-1} = bc_j + a_j$$
$$B = bc_0 + a_0$$

és $q(x) = c_{n-1}x^{n-1} + \ldots + c_j x^j + c_{j-1}x^{j-1} + \ldots + c_1 x + c_0$.

Állítás: $B = f^*(b)$ és $f(x) = (x-b)q(x) + f^*(b)$.

Bizonyítás (K2.4.4. Gyakorlat)

Beszorzással, és x hatványai szerint rendezve:

$$(x-b)(c_{n-1}x^{n-1} + \ldots + c_j x^j + c_{j-1}x^{j-1} + \ldots + c_1 x + c_0) + B =$$
$$= c_{n-1}x^n + \ldots + (c_{j-1} - bc_j)x^j + \ldots + (c_0 - bc_1)x - bc_0 + B\,.$$

A Horner-tétel bizonyítása

Legyen $f(x) = a_n x^n + \ldots + a_{j+1}x^{j+1} + a_j x^j + \ldots + a_1 x + a_0$,

	a_n	$\ldots$	a_{j+1}	a_j	$\ldots$	a_1	a_0
	$c_{n-1} = a_n$	$\ldots$	c_j	c_{j-1}	$\ldots$	c_0	B

$$c_{j-1} = bc_j + a_j$$
$$B = bc_0 + a_0$$

és $q(x) = c_{n-1}x^{n-1} + \ldots + c_j x^j + c_{j-1}x^{j-1} + \ldots + c_1 x + c_0$.

Állítás: $B = f^*(b)$ és $f(x) = (x - b)q(x) + f^*(b)$.

Bizonyítás (K2.4.4. Gyakorlat)

Beszorzással, és x hatványai szerint rendezve:

$$(x - b)(c_{n-1}x^{n-1} + \ldots + c_j x^j + c_{j-1}x^{j-1} + \ldots + c_1 x + c_0) + B =$$
$$= c_{n-1}x^n + \ldots + (c_{j-1} - bc_j)x^j + \ldots + (c_0 - bc_1)x - bc_0 + B\,.$$

Itt $c_{n-1} = a_n$,

A Horner-tétel bizonyítása

Legyen $f(x) = a_n x^n + \ldots + a_{j+1}x^{j+1} + a_j x^j + \ldots + a_1 x + a_0$,

	a_n	$\ldots$	a_{j+1}	a_j	$\ldots$	a_1	a_0
	$c_{n-1} = a_n$	$\ldots$	c_j	c_{j-1}	$\ldots$	c_0	B

$c_{j-1} = bc_j + a_j$

$B = bc_0 + a_0$

és $q(x) = c_{n-1}x^{n-1} + \ldots + c_j x^j + c_{j-1}x^{j-1} + \ldots + c_1 x + c_0$.

Állítás: $B = f^*(b)$ és $f(x) = (x-b)q(x) + f^*(b)$.

Bizonyítás (K2.4.4. Gyakorlat)

Beszorzással, és x hatványai szerint rendezve:

$$(x-b)(c_{n-1}x^{n-1} + \ldots + c_j x^j + c_{j-1}x^{j-1} + \ldots + c_1 x + c_0) + B =$$

$$= c_{n-1}x^n + \ldots + (c_{j-1} - bc_j)x^j + \ldots + (c_0 - bc_1)x - bc_0 + B\,.$$

Itt $c_{n-1} = a_n$, $\quad c_{j-1} - bc_j = a_j$ ha $1 \le j < n$,

A Horner-tétel bizonyítása

Legyen $f(x) = a_n x^n + \ldots + a_{j+1}x^{j+1} + a_j x^j + \ldots + a_1 x + a_0$,

	a_n	$\ldots$	a_{j+1}	a_j	$\ldots$	a_1	a_0
	$c_{n-1} = a_n$	$\ldots$	c_j	c_{j-1}	$\ldots$	c_0	B

$$c_{j-1} = bc_j + a_j$$
$$B = bc_0 + a_0$$

és $q(x) = c_{n-1}x^{n-1} + \ldots + c_j x^j + c_{j-1}x^{j-1} + \ldots + c_1 x + c_0$.

Állítás: $B = f^*(b)$ és $f(x) = (x-b)q(x) + f^*(b)$.

Bizonyítás (K2.4.4. Gyakorlat)

Beszorzással, és x hatványai szerint rendezve:

$$(x-b)(c_{n-1}x^{n-1} + \ldots + c_j x^j + c_{j-1}x^{j-1} + \ldots + c_1 x + c_0) + B =$$
$$= c_{n-1}x^n + \ldots + (c_{j-1} - bc_j)x^j + \ldots + (c_0 - bc_1)x - bc_0 + B\,.$$

Itt $c_{n-1} = a_n$, $\quad c_{j-1} - bc_j = a_j$ ha $1 \le j < n$, $\quad -bc_0 + B = a_0$.

A Horner-tétel bizonyítása

Legyen $f(x) = a_n x^n + \ldots + a_{j+1}x^{j+1} + a_j x^j + \ldots + a_1 x + a_0$,

	a_n	$\ldots$	a_{j+1}	a_j	$\ldots$	a_1	a_0
	$c_{n-1} = a_n$	$\ldots$	c_j	c_{j-1}	$\ldots$	c_0	B

$$c_{j-1} = bc_j + a_j \qquad B = bc_0 + a_0$$

és $q(x) = c_{n-1}x^{n-1} + \ldots + c_j x^j + c_{j-1}x^{j-1} + \ldots + c_1 x + c_0$.

Állítás: $B = f^*(b)$ és $f(x) = (x-b)q(x) + f^*(b)$.

Bizonyítás (K2.4.4. Gyakorlat)

Beszorzással, és x hatványai szerint rendezve:

$$(x-b)(c_{n-1}x^{n-1} + \ldots + c_j x^j + c_{j-1}x^{j-1} + \ldots + c_1 x + c_0) + B =$$

$$= c_{n-1}x^n + \ldots + (c_{j-1} - bc_j)x^j + \ldots + (c_0 - bc_1)x - bc_0 + B\,.$$

Itt $c_{n-1} = a_n$, $\quad c_{j-1} - bc_j = a_j$ ha $1 \le j < n$, $\quad -bc_0 + B = a_0$.

Tehát ez $f(x)$

A Horner-tétel bizonyítása

Legyen $f(x) = a_n x^n + \ldots + a_{j+1}x^{j+1} + a_j x^j + \ldots + a_1 x + a_0$,

	a_n	$\ldots$	a_{j+1}	a_j	$\ldots$	a_1	a_0
	$c_{n-1} = a_n$	$\ldots$	c_j	c_{j-1}	$\ldots$	c_0	B

$c_{j-1} = bc_j + a_j$

$B = bc_0 + a_0$

és $q(x) = c_{n-1}x^{n-1} + \ldots + c_j x^j + c_{j-1}x^{j-1} + \ldots + c_1 x + c_0$.

Állítás: $B = f^*(b)$ és $f(x) = (x-b)q(x) + f^*(b)$.

Bizonyítás (K2.4.4. Gyakorlat)

Beszorzással, és x hatványai szerint rendezve:

$$(x-b)(c_{n-1}x^{n-1} + \ldots + c_j x^j + c_{j-1}x^{j-1} + \ldots + c_1 x + c_0) + B =$$
$$= c_{n-1}x^n + \ldots + (c_{j-1} - bc_j)x^j + \ldots + (c_0 - bc_1)x - bc_0 + B\,.$$

Itt $c_{n-1} = a_n$, $\quad c_{j-1} - bc_j = a_j$ ha $1 \le j < n$, $\quad -bc_0 + B = a_0$.

Tehát ez $f(x)$, azaz $f(x) = (x-b)q(x) + B$.

A Horner-tétel bizonyítása

Legyen $f(x) = a_n x^n + \ldots + a_{j+1}x^{j+1} + a_j x^j + \ldots + a_1 x + a_0$,

	a_n	$\ldots$	a_{j+1}	a_j	$\ldots$	a_1	a_0
	$c_{n-1} = a_n$	$\ldots$	c_j	c_{j-1}	$\ldots$	c_0	B

$c_{j-1} = bc_j + a_j$

$B = bc_0 + a_0$

és $q(x) = c_{n-1}x^{n-1} + \ldots + c_j x^j + c_{j-1}x^{j-1} + \ldots + c_1 x + c_0$.

Állítás: $B = f^*(b)$ és $f(x) = (x-b)q(x) + f^*(b)$.

Bizonyítás (K2.4.4. Gyakorlat)

Beszorzással, és x hatványai szerint rendezve:

$$(x-b)(c_{n-1}x^{n-1} + \ldots + c_j x^j + c_{j-1}x^{j-1} + \ldots + c_1 x + c_0) + B =$$

$$= c_{n-1}x^n + \ldots + (c_{j-1} - bc_j)x^j + \ldots + (c_0 - bc_1)x - bc_0 + B\,.$$

Itt $c_{n-1} = a_n$, $\quad c_{j-1} - bc_j = a_j$ ha $1 \leq j < n$, $\quad -bc_0 + B = a_0$.

Tehát ez $f(x)$, azaz $f(x) = (x-b)q(x) + B$.

A b-t behelyettesítve $f^*(b) = B$

A Horner-tétel bizonyítása

Legyen $f(x) = a_n x^n + \ldots + a_{j+1}x^{j+1} + a_j x^j + \ldots + a_1 x + a_0$,

	a_n	$\ldots$	a_{j+1}	a_j	$\ldots$	a_1	a_0
	$c_{n-1} = a_n$	$\ldots$	c_j	c_{j-1}	$\ldots$	c_0	B

$c_{j-1} = bc_j + a_j$

$B = bc_0 + a_0$

és $q(x) = c_{n-1}x^{n-1} + \ldots + c_j x^j + c_{j-1}x^{j-1} + \ldots + c_1 x + c_0$.

Állítás: $B = f^*(b)$ és $f(x) = (x-b)q(x) + f^*(b)$.

Bizonyítás (K2.4.4. Gyakorlat)

Beszorzással, és x hatványai szerint rendezve:

$$(x-b)(c_{n-1}x^{n-1} + \ldots + c_j x^j + c_{j-1}x^{j-1} + \ldots + c_1 x + c_0) + B =$$

$$= c_{n-1}x^n + \ldots + (c_{j-1} - bc_j)x^j + \ldots + (c_0 - bc_1)x - bc_0 + B\,.$$

Itt $c_{n-1} = a_n$, $\quad c_{j-1} - bc_j = a_j$ ha $1 \le j < n$, $\quad -bc_0 + B = a_0$.

Tehát ez $f(x)$, azaz $f(x) = (x-b)q(x) + B$.

A b-t behelyettesítve $f^*(b) = B$ (hiszen $x - b$ nullává válik). $\square$

Több gyöktényező kiemelése

Tétel (K2.4.7. Tétel)

Minden $0 \neq f \in \mathbb{R}[x]$ fölírható $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k)q(x)$ alakban,

Több gyöktényező kiemelése

Tétel (K2.4.7. Tétel)

Minden $0 \neq f \in \mathbb{R}[x]$ fölírható $f(x) = (x - b_1) \ldots (x - b_k) q(x)$ alakban, ahol a (nem feltétlenül különböző) $b_1, \ldots, b_k$ számok az f-nek az összes $\mathbb{R}$-beli gyökei,

Több gyöktényező kiemelése

Tétel (K2.4.7. Tétel)

Minden $0 \neq f \in \mathbb{R}[x]$ fölírható $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k) q(x)$ alakban, ahol a (nem feltétlenül különböző) $b_1, \dots, b_k$ számok az f-nek az összes $\mathbb{R}$-beli gyökei, és q-nak nincs gyöke $\mathbb{R}$-ben.

Több gyöktényező kiemelése

Tétel (K2.4.7. Tétel)

Minden $0 \neq f \in \mathbb{R}[x]$ fölírható $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k)q(x)$ alakban, ahol a (nem feltétlenül különböző) $b_1, \dots, b_k$ számok az f-nek az összes $\mathbb{R}$-beli gyökei, és q-nak nincs gyöke $\mathbb{R}$-ben.

Bizonyítás

Ha f-nek nincs gyöke $\mathbb{R}$-ben, akkor $f(x) = q(x)$ és $k = 0$ jó.

Több gyöktényező kiemelése

Tétel (K2.4.7. Tétel)

Minden $0 \neq f \in \mathbb{R}[x]$ fölírható $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k)q(x)$ alakban, ahol a (nem feltétlenül különböző) $b_1, \dots, b_k$ számok az f-nek az összes $\mathbb{R}$-beli gyökei, és q-nak nincs gyöke $\mathbb{R}$-ben.

Bizonyítás

Ha f-nek nincs gyöke $\mathbb{R}$-ben, akkor $f(x) = q(x)$ és $k = 0$ jó.

Üres szorzat!

Több gyöktényező kiemelése

Tétel (K2.4.7. Tétel)

Minden $0 \neq f \in \mathbb{R}[x]$ fölírható $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k) q(x)$ alakban, ahol a (nem feltétlenül különböző) $b_1, \dots, b_k$ számok az f-nek az összes $\mathbb{R}$-beli gyökei, és q-nak nincs gyöke $\mathbb{R}$-ben.

Bizonyítás

Ha f-nek nincs gyöke $\mathbb{R}$-ben, akkor $f(x) = q(x)$ és $k = 0$ jó.
Ha van, akkor $f(x) = (x - b_1) q_1(x)$ (a gyöktényező kiemelhető).

Több gyöktényező kiemelése

Tétel (K2.4.7. Tétel)

Minden $0 \neq f \in \mathbb{R}[x]$ fölírható $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k) q(x)$ alakban, ahol a (nem feltétlenül különböző) $b_1, \dots, b_k$ számok az f-nek az összes $\mathbb{R}$-beli gyökei, és q-nak nincs gyöke $\mathbb{R}$-ben.

Bizonyítás

Ha f-nek nincs gyöke $\mathbb{R}$-ben, akkor $f(x) = q(x)$ és $k = 0$ jó.
Ha van, akkor $f(x) = (x - b_1) q_1(x)$ (a gyöktényező kiemelhető).
Ha q_1-nek van egy b_2 gyöke, akkor $q_1(x) = (x - b_2) q_2(x)$.

Több gyöktényező kiemelése

Tétel (K2.4.7. Tétel)

Minden $0 \neq f \in \mathbb{R}[x]$ fölírható $f(x) = (x - b_1) \ldots (x - b_k)q(x)$ alakban, ahol a (nem feltétlenül különböző) $b_1, \ldots, b_k$ számok az f-nek az összes $\mathbb{R}$-beli gyökei, és q-nak nincs gyöke $\mathbb{R}$-ben.

Bizonyítás

Ha f-nek nincs gyöke $\mathbb{R}$-ben, akkor $f(x) = q(x)$ és $k = 0$ jó.
Ha van, akkor $f(x) = (x - b_1)q_1(x)$ (a gyöktényező kiemelhető).
Ha q_1-nek van egy b_2 gyöke, akkor $q_1(x) = (x - b_2)q_2(x)$. Stb.

Több gyöktényező kiemelése

Tétel (K2.4.7. Tétel)

Minden $0 \neq f \in \mathbb{R}[x]$ fölírható $f(x) = (x - b_1) \ldots (x - b_k) q(x)$ alakban, ahol a (nem feltétlenül különböző) $b_1, \ldots, b_k$ számok az f-nek az összes $\mathbb{R}$-beli gyökei, és q-nak nincs gyöke $\mathbb{R}$-ben.

Bizonyítás

Ha f-nek nincs gyöke $\mathbb{R}$-ben, akkor $f(x) = q(x)$ és $k = 0$ jó.
Ha van, akkor $f(x) = (x - b_1) q_1(x)$ (a gyöktényező kiemelhető).
Ha q_1-nek van egy b_2 gyöke, akkor $q_1(x) = (x - b_2) q_2(x)$. Stb.
Végül $f(x) = (x - b_1) \ldots (x - b_k) q(x)$,

Több gyöktényező kiemelése

Tétel (K2.4.7. Tétel)

Minden $0 \neq f \in \mathbb{R}[x]$ fölírható $f(x) = (x - b_1) \ldots (x - b_k)q(x)$ alakban, ahol a (nem feltétlenül különböző) $b_1, \ldots, b_k$ számok az f-nek az összes $\mathbb{R}$-beli gyökei, és q-nak nincs gyöke $\mathbb{R}$-ben.

Bizonyítás

Ha f-nek nincs gyöke $\mathbb{R}$-ben, akkor $f(x) = q(x)$ és $k = 0$ jó.
Ha van, akkor $f(x) = (x - b_1)q_1(x)$ (a gyöktényező kiemelhető).
Ha q_1-nek van egy b_2 gyöke, akkor $q_1(x) = (x - b_2)q_2(x)$. Stb.
Végül $f(x) = (x - b_1) \ldots (x - b_k)q(x)$, ahol q-nak nincs gyöke.

Több gyöktényező kiemelése

Tétel (K2.4.7. Tétel)

Minden $0 \neq f \in \mathbb{R}[x]$ fölírható $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k) q(x)$ alakban, ahol a (nem feltétlenül különböző) $b_1, \dots, b_k$ számok az f-nek az összes $\mathbb{R}$-beli gyökei, és q-nak nincs gyöke $\mathbb{R}$-ben.

Bizonyítás

Ha f-nek nincs gyöke $\mathbb{R}$-ben, akkor $f(x) = q(x)$ és $k = 0$ jó.
Ha van, akkor $f(x) = (x - b_1) q_1(x)$ (a gyöktényező kiemelhető).
Ha q_1-nek van egy b_2 gyöke, akkor $q_1(x) = (x - b_2) q_2(x)$. Stb.
Végül $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k) q(x)$, ahol q-nak nincs gyöke.
Belátjuk, hogy f-nek nincs más gyöke, mint $b_1, \dots, b_k$.

Több gyöktényező kiemelése

Tétel (K2.4.7. Tétel)

Minden $0 \neq f \in \mathbb{R}[x]$ fölírható $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k) q(x)$ alakban, ahol a (nem feltétlenül különböző) $b_1, \dots, b_k$ számok az f-nek az összes $\mathbb{R}$-beli gyökei, és q-nak nincs gyöke $\mathbb{R}$-ben.

Bizonyítás

Ha f-nek nincs gyöke $\mathbb{R}$-ben, akkor $f(x) = q(x)$ és $k = 0$ jó.
Ha van, akkor $f(x) = (x - b_1) q_1(x)$ (a gyöktényező kiemelhető).
Ha q_1-nek van egy b_2 gyöke, akkor $q_1(x) = (x - b_2) q_2(x)$. Stb.
Végül $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k) q(x)$, ahol q-nak nincs gyöke.
Belátjuk, hogy f-nek nincs más gyöke, mint $b_1, \dots, b_k$.
Valóban, ha $f^*(b) = 0$,

Több gyöktényező kiemelése

Tétel (K2.4.7. Tétel)

Minden $0 \neq f \in \mathbb{R}[x]$ fölírható $f(x) = (x - b_1) \ldots (x - b_k)q(x)$ alakban, ahol a (nem feltétlenül különböző) $b_1, \ldots, b_k$ számok az f-nek az összes $\mathbb{R}$-beli gyökei, és q-nak nincs gyöke $\mathbb{R}$-ben.

Bizonyítás

Ha f-nek nincs gyöke $\mathbb{R}$-ben, akkor $f(x) = q(x)$ és $k = 0$ jó.
Ha van, akkor $f(x) = (x - b_1)q_1(x)$ (a gyöktényező kiemelhető).
Ha q_1-nek van egy b_2 gyöke, akkor $q_1(x) = (x - b_2)q_2(x)$. Stb.
Végül $f(x) = (x - b_1) \ldots (x - b_k)q(x)$, ahol q-nak nincs gyöke.
Belátjuk, hogy f-nek nincs más gyöke, mint $b_1, \ldots, b_k$.
Valóban, ha $f^*(b) = 0$, akkor $(b - b_1) \ldots (b - b_k)q^*(b) = 0$.

Több gyöktényező kiemelése

Tétel (K2.4.7. Tétel)

Minden $0 \neq f \in \mathbb{R}[x]$ fölírható $f(x) = (x - b_1) \ldots (x - b_k)q(x)$ alakban, ahol a (nem feltétlenül különböző) $b_1, \ldots, b_k$ számok az f-nek az összes $\mathbb{R}$-beli gyökei, és q-nak nincs gyöke $\mathbb{R}$-ben.

Bizonyítás

Ha f-nek nincs gyöke $\mathbb{R}$-ben, akkor $f(x) = q(x)$ és $k = 0$ jó.
Ha van, akkor $f(x) = (x - b_1)q_1(x)$ (a gyöktényező kiemelhető).
Ha q_1-nek van egy b_2 gyöke, akkor $q_1(x) = (x - b_2)q_2(x)$. Stb.
Végül $f(x) = (x - b_1) \ldots (x - b_k)q(x)$, ahol q-nak nincs gyöke.
Belátjuk, hogy f-nek nincs más gyöke, mint $b_1, \ldots, b_k$.
Valóban, ha $f^*(b) = 0$, akkor $(b - b_1) \ldots (b - b_k)q^*(b) = 0$.
A nullosztómentesség miatt valamelyik tényező nulla.

Több gyöktényező kiemelése

Tétel (K2.4.7. Tétel)

Minden $0 \neq f \in \mathbb{R}[x]$ fölírható $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k) q(x)$ alakban, ahol a (nem feltétlenül különböző) $b_1, \dots, b_k$ számok az f-nek az összes $\mathbb{R}$-beli gyökei, és q-nak nincs gyöke $\mathbb{R}$-ben.

Bizonyítás

Ha f-nek nincs gyöke $\mathbb{R}$-ben, akkor $f(x) = q(x)$ és $k = 0$ jó.
Ha van, akkor $f(x) = (x - b_1) q_1(x)$ (a gyöktényező kiemelhető).
Ha q_1-nek van egy b_2 gyöke, akkor $q_1(x) = (x - b_2) q_2(x)$. Stb.
Végül $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k) q(x)$, ahol q-nak nincs gyöke.
Belátjuk, hogy f-nek nincs más gyöke, mint $b_1, \dots, b_k$.
Valóban, ha $f^*(b) = 0$, akkor $(b - b_1) \dots (b - b_k) q^*(b) = 0$.
A nullosztómentesség miatt valamelyik tényező nulla. De $q^*(b) \neq 0$,

Több gyöktényező kiemelése

Tétel (K2.4.7. Tétel)

Minden $0 \neq f \in \mathbb{R}[x]$ fölírható $f(x) = (x - b_1) \ldots (x - b_k) q(x)$ alakban, ahol a (nem feltétlenül különböző) $b_1, \ldots, b_k$ számok az f-nek az összes $\mathbb{R}$-beli gyökei, és q-nak nincs gyöke $\mathbb{R}$-ben.

Bizonyítás

Ha f-nek nincs gyöke $\mathbb{R}$-ben, akkor $f(x) = q(x)$ és $k = 0$ jó.
Ha van, akkor $f(x) = (x - b_1) q_1(x)$ (a gyöktényező kiemelhető).
Ha q_1-nek van egy b_2 gyöke, akkor $q_1(x) = (x - b_2) q_2(x)$. Stb.
Végül $f(x) = (x - b_1) \ldots (x - b_k) q(x)$, ahol q-nak nincs gyöke.
Belátjuk, hogy f-nek nincs más gyöke, mint $b_1, \ldots, b_k$.
Valóban, ha $f^*(b) = 0$, akkor $(b - b_1) \ldots (b - b_k) q^*(b) = 0$.
A nullosztómentesség miatt valamelyik tényező nulla. De $q^*(b) \neq 0$, ezért $b - b_j = 0$ valamelyik j-re.

Több gyöktényező kiemelése

Tétel (K2.4.7. Tétel)

Minden $0 \neq f \in \mathbb{R}[x]$ fölírható $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k)q(x)$ alakban, ahol a (nem feltétlenül különböző) $b_1, \dots, b_k$ számok az f-nek az összes $\mathbb{R}$-beli gyökei, és q-nak nincs gyöke $\mathbb{R}$-ben.

Bizonyítás

Ha f-nek nincs gyöke $\mathbb{R}$-ben, akkor $f(x) = q(x)$ és $k = 0$ jó.
Ha van, akkor $f(x) = (x - b_1)q_1(x)$ (a gyöktényező kiemelhető).
Ha q_1-nek van egy b_2 gyöke, akkor $q_1(x) = (x - b_2)q_2(x)$. Stb.
Végül $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k)q(x)$, ahol q-nak nincs gyöke.
Belátjuk, hogy f-nek nincs más gyöke, mint $b_1, \dots, b_k$.
Valóban, ha $f^*(b) = 0$, akkor $(b - b_1) \dots (b - b_k)q^*(b) = 0$.
A nullosztómentesség miatt valamelyik tényező nulla. De $q^*(b) \neq 0$, ezért $b - b_j = 0$ valamelyik j-re. Azaz $b = b_j$. □

A gyökök száma

Kérdés

Miért ér véget az előző bizonyításban az eljárás?

A gyökök száma

Kérdés

Miért ér véget az előző bizonyításban az eljárás?

Ha $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k) q(x)$, akkor

A gyökök száma

Kérdés

Miért ér véget az előző bizonyításban az eljárás?

Ha $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k)q(x)$, akkor
$\mathrm{gr}(f) = \mathrm{gr}(x - b_1) + \dots + \mathrm{gr}(x - b_k) + \mathrm{gr}(q)$

A gyökök száma

Kérdés

Miért ér véget az előző bizonyításban az eljárás?

Ha $f(x) = (x - b_1)\dots(x - b_k)q(x)$, akkor
$\mathrm{gr}(f) = \mathrm{gr}(x - b_1) + \ldots + \mathrm{gr}(x - b_k) + \mathrm{gr}(q)$
(hiszen szorzásnál a fokok összeadódnak).

A gyökök száma

Kérdés

Miért ér véget az előző bizonyításban az eljárás?

Ha $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k) q(x)$, akkor
$\mathrm{gr}(f) = \mathrm{gr}(x - b_1) + \dots + \mathrm{gr}(x - b_k) + \mathrm{gr}(q) = k + \mathrm{gr}(q)$
(hiszen szorzásnál a fokok összeadódnak).

A gyökök száma

Kérdés

Miért ér véget az előző bizonyításban az eljárás?

Ha $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k) q(x)$, akkor
$\mathrm{gr}(f) = \mathrm{gr}(x - b_1) + \dots + \mathrm{gr}(x - b_k) + \mathrm{gr}(q) = k + \mathrm{gr}(q)$
(hiszen szorzásnál a fokok összeadódnak). Így $k \leq \mathrm{gr}(f)$.

A gyökök száma

Kérdés

Miért ér véget az előző bizonyításban az eljárás?

Ha $f(x) = (x - b_1)\ldots(x - b_k)q(x)$, akkor
$\mathrm{gr}(f) = \mathrm{gr}(x - b_1) + \ldots + \mathrm{gr}(x - b_k) + \mathrm{gr}(q) = k + \mathrm{gr}(q)$
(hiszen szorzásnál a fokok összeadódnak). Így $k \leq \mathrm{gr}(f)$.

Következmény (K2.4.7)

Minden polinomnak legfeljebb annyi gyöke van, mint a foka.

A gyökök száma

Kérdés

Miért ér véget az előző bizonyításban az eljárás?

Ha $f(x) = (x - b_1) \dots (x - b_k) q(x)$, akkor
$\mathrm{gr}(f) = \mathrm{gr}(x - b_1) + \dots + \mathrm{gr}(x - b_k) + \mathrm{gr}(q) = k + \mathrm{gr}(q)$
(hiszen szorzásnál a fokok összeadódnak). Így $k \leq \mathrm{gr}(f)$.

Következmény (K2.4.7)

Minden polinomnak legfeljebb annyi gyöke van, mint a foka.

Házi feladat (K2.4.9)

Mutassuk meg, hogy egy $n > 0$ fokú polinom minden értéket legfeljebb n helyen vehet föl.

Az azonossági tétel

A polinomok azonossági tétele (K2.4.10)

Ha két, legfeljebb n-edfokú polinom több mint n helyen megegyezik,

Az azonossági tétel

A polinomok azonossági tétele (K2.4.10)

Ha két, legfeljebb n-edfokú polinom több mint n helyen megegyezik, akkor egyenlők

Az azonossági tétel

A polinomok azonossági tétele (K2.4.10)

Ha két, legfeljebb n-edfokú polinom több mint n helyen megegyezik, akkor egyenlők (megfelelő együtthatóik megegyeznek).

Az azonossági tétel

A polinomok azonossági tétele (K2.4.10)

Ha két, legfeljebb n-edfokú polinom több mint n helyen megegyezik, akkor egyenlők (megfelelő együtthatóik megegyeznek).

Bizonyítás

Ha f és g megegyezik a c helyen,

Az azonossági tétel

A polinomok azonossági tétele (K2.4.10)

Ha két, legfeljebb n-edfokú polinom több mint n helyen megegyezik, akkor egyenlők (megfelelő együtthatóik megegyeznek).

Bizonyítás

Ha f és g megegyezik a c helyen, azaz $f^*(c) = g^*(c)$,

Az azonossági tétel

A polinomok azonossági tétele (K2.4.10)

Ha két, legfeljebb n-edfokú polinom több mint n helyen megegyezik, akkor egyenlők (megfelelő együtthatóik megegyeznek).

Bizonyítás

Ha f és g megegyezik a c helyen, azaz $f^*(c) = g^*(c)$, akkor $(f - g)^*(c) = 0$.

Az azonossági tétel

A polinomok azonossági tétele (K2.4.10)

Ha két, legfeljebb n-edfokú polinom több mint n helyen megegyezik, akkor egyenlők (megfelelő együtthatóik megegyeznek).

Bizonyítás

Ha f és g megegyezik a c helyen, azaz $f^*(c) = g^*(c)$, akkor $(f - g)^*(c) = 0$. Tehát $f - g$-nek több, mint n gyöke van.

Az azonossági tétel

A polinomok azonossági tétele (K2.4.10)

Ha két, legfeljebb n-edfokú polinom több mint n helyen megegyezik, akkor egyenlők (megfelelő együtthatóik megegyeznek).

Bizonyítás

Ha f és g megegyezik a c helyen, azaz $f^*(c) = g^*(c)$, akkor $(f - g)^*(c) = 0$. Tehát $f - g$-nek több, mint n gyöke van. De foka (ha van), legfeljebb n lehet.

Az azonossági tétel

A polinomok azonossági tétele (K2.4.10)

Ha két, legfeljebb n-edfokú polinom több mint n helyen megegyezik, akkor egyenlők (megfelelő együtthatóik megegyeznek).

Bizonyítás

Ha f és g megegyezik a c helyen, azaz $f^*(c) = g^*(c)$, akkor $(f - g)^*(c) = 0$. Tehát $f - g$-nek több, mint n gyöke van. De foka (ha van), legfeljebb n lehet. Ez ellentmond annak, hogy egy nem nulla polinomnak legfeljebb annyi gyöke lehet, mint a foka,

Az azonossági tétel

A polinomok azonossági tétele (K2.4.10)

Ha két, legfeljebb n-edfokú polinom több mint n helyen megegyezik, akkor egyenlők (megfelelő együtthatóik megegyeznek).

Bizonyítás

Ha f és g megegyezik a c helyen, azaz $f^*(c) = g^*(c)$, akkor $(f - g)^*(c) = 0$. Tehát $f - g$-nek több, mint n gyöke van. De foka (ha van), legfeljebb n lehet. Ez ellentmond annak, hogy egy nem nulla polinomnak legfeljebb annyi gyöke lehet, mint a foka, kivéve, ha $f - g = 0$, azaz $f = g$. $\square$

Az azonossági tétel

A polinomok azonossági tétele (K2.4.10)

Ha két, legfeljebb n-edfokú polinom több mint n helyen megegyezik, akkor egyenlők (megfelelő együtthatóik megegyeznek).

Bizonyítás

Ha f és g megegyezik a c helyen, azaz $f^*(c) = g^*(c)$, akkor $(f-g)^*(c) = 0$. Tehát $f-g$-nek több, mint n gyöke van. De foka (ha van), legfeljebb n lehet. Ez ellentmond annak, hogy egy nem nulla polinomnak legfeljebb annyi gyöke lehet, mint a foka, kivéve, ha $f-g=0$, azaz $f=g$. $\square$

Következmény (K2.4.11)

Ha az f^* és g^* polinomfüggvények egyenlők, akkor $f=g$.

Az azonossági tétel

A polinomok azonossági tétele (K2.4.10)

Ha két, legfeljebb n-edfokú polinom több mint n helyen megegyezik, akkor egyenlők (megfelelő együtthatóik megegyeznek).

Bizonyítás

Ha f és g megegyezik a c helyen, azaz $f^*(c) = g^*(c)$, akkor $(f-g)^*(c) = 0$. Tehát $f-g$-nek több, mint n gyöke van. De foka (ha van), legfeljebb n lehet. Ez ellentmond annak, hogy egy nem nulla polinomnak legfeljebb annyi gyöke lehet, mint a foka, kivéve, ha $f-g=0$, azaz $f=g$. $\square$

Következmény (K2.4.11)

Ha az f^* és g^* polinomfüggvények egyenlők, akkor $f=g$. Vagyis $\mathbb{R}$ fölött $f \mapsto f^*$ kölcsönösen egyértelmű.

A gyöktényezős alak (K2.5)

Ha az n-edfokú f polinom fölírható $c(x - b_1)\dots(x - b_n)$ alakban, ahol c konstans,

A gyöktényezős alak (K2.5)

Ha az n-edfokú f polinom fölírható $c(x-b_1)\ldots(x-b_n)$ alakban, ahol c konstans, akkor c az f főegyütthatója.

A gyöktényezős alak (K2.5)

Ha az n-edfokú f polinom fölírható $c(x - b_1)\dots(x - b_n)$ alakban, ahol c konstans, akkor c az f főegyütthatója.
Ez (ha létezik, akkor) az f polinom gyöktényezős alakja.

A gyöktényezős alak (K2.5)

Ha az n-edfokú f polinom fölírható $c(x-b_1)\ldots(x-b_n)$ alakban, ahol c konstans, akkor c az f főegyütthatója.
Ez (ha létezik, akkor) az f polinom gyöktényezős alakja.

$2x^3 - 6x - 4 = 2(x+1)(x+1)(x-2)$

A gyöktényezős alak (K2.5)

Ha az n-edfokú f polinom fölírható $c(x-b_1)\dots(x-b_n)$ alakban, ahol c konstans, akkor c az f főegyütthatója.
Ez (ha létezik, akkor) az f polinom gyöktényezős alakja.

$$2x^3-6x-4=2(x+1)(x+1)(x-2)=2(x+1)^2(x-2).$$

A gyöktényezős alak (K2.5)

Ha az n-edfokú f polinom fölírható $c(x-b_1)\ldots(x-b_n)$ alakban, ahol c konstans, akkor c az f főegyütthatója.
Ez (ha létezik, akkor) az f polinom gyöktényezős alakja.

$2x^3-6x-4=2(x+1)(x+1)(x-2)=2(x+1)^2(x-2)$.
Az $(x+1)(x^2+1)$ polinomnak nincs gyöktényezős alakja $\mathbb{R}$ fölött.

A gyöktényezős alak (K2.5)

Ha az n-edfokú f polinom fölírható $c(x-b_1)\dots(x-b_n)$ alakban, ahol c konstans, akkor c az f főegyütthatója.
Ez (ha létezik, akkor) az f polinom gyöktényezős alakja.

$2x^3-6x-4=2(x+1)(x+1)(x-2)=2(x+1)^2(x-2)$.
Az $(x+1)(x^2+1)$ polinomnak nincs gyöktényezős alakja $\mathbb{R}$ fölött.

Összevonva $f(x)=c(x-d_1)^{k_1}(x-d_2)^{k_2}\dots(x-d_m)^{k_m}$,

A gyöktényezős alak (K2.5)

Ha az n-edfokú f polinom fölírható $c(x-b_1)\dots(x-b_n)$ alakban, ahol c konstans, akkor c az f főegyütthatója.
Ez (ha létezik, akkor) az f polinom gyöktényezős alakja.

$2x^3-6x-4=2(x+1)(x+1)(x-2)=2(x+1)^2(x-2)$.
Az $(x+1)(x^2+1)$ polinomnak nincs gyöktényezős alakja $\mathbb{R}$ fölött.

Összevonva $f(x)=c(x-d_1)^{k_1}(x-d_2)^{k_2}\dots(x-d_m)^{k_m}$, ahol a $d_1,\dots,d_m$ gyökök már páronként különbözők.

A gyöktényezős alak (K2.5)

Ha az n-edfokú f polinom fölírható $c(x-b_1)\dots(x-b_n)$ alakban, ahol c konstans, akkor c az f főegyütthatója.
Ez (ha létezik, akkor) az f polinom gyöktényezős alakja.

$2x^3-6x-4=2(x+1)(x+1)(x-2)=2(x+1)^2(x-2)$.
Az $(x+1)(x^2+1)$ polinomnak nincs gyöktényezős alakja $\mathbb{R}$ fölött.

Összevonva $f(x)=c(x-d_1)^{k_1}(x-d_2)^{k_2}\dots(x-d_m)^{k_m}$, ahol a $d_1,\dots,d_m$ gyökök már páronként különbözők.

A k_i a d_i gyök multiplicitása.

A gyöktényezős alak (K2.5)

Ha az n-edfokú f polinom fölírható $c(x-b_1)\dots(x-b_n)$ alakban, ahol c konstans, akkor c az f főegyütthatója.
Ez (ha létezik, akkor) az f polinom gyöktényezős alakja.

$2x^3-6x-4=2(x+1)(x+1)(x-2)=2(x+1)^2(x-2)$.
Az $(x+1)(x^2+1)$ polinomnak nincs gyöktényezős alakja $\mathbb{R}$ fölött.

Összevonva $f(x)=c(x-d_1)^{k_1}(x-d_2)^{k_2}\dots(x-d_m)^{k_m}$,
ahol a $d_1,\dots,d_m$ gyökök már páronként különbözők.

A k_i a d_i gyök multiplicitása. Azaz d_i egy k_i-szoros gyök.

A gyöktényezős alak (K2.5)

Ha az n-edfokú f polinom fölírható $c(x-b_1)\dots(x-b_n)$ alakban, ahol c konstans, akkor c az f főegyütthatója.
Ez (ha létezik, akkor) az f polinom gyöktényezős alakja.

$2x^3-6x-4=2(x+1)(x+1)(x-2)=2(x+1)^2(x-2)$.
Az $(x+1)(x^2+1)$ polinomnak nincs gyöktényezős alakja $\mathbb{R}$ fölött.

Összevonva $f(x)=c(x-d_1)^{k_1}(x-d_2)^{k_2}\dots(x-d_m)^{k_m}$, ahol a $d_1,\dots,d_m$ gyökök már páronként különbözők.

A k_i a d_i gyök multiplicitása. Azaz d_i egy k_i-szoros gyök.

Következmény (K, 63. oldal)

$\mathrm{gr}(f)=k_1+k_2+\dots+k_n$,

A gyöktényezős alak (K2.5)

Ha az n-edfokú f polinom fölírható $c(x-b_1)\dots(x-b_n)$ alakban, ahol c konstans, akkor c az f főegyütthatója.
Ez (ha létezik, akkor) az f polinom gyöktényezős alakja.

$2x^3-6x-4=2(x+1)(x+1)(x-2)=2(x+1)^2(x-2)$.
Az $(x+1)(x^2+1)$ polinomnak nincs gyöktényezős alakja $\mathbb{R}$ fölött.

Összevonva $f(x)=c(x-d_1)^{k_1}(x-d_2)^{k_2}\dots(x-d_m)^{k_m}$, ahol a $d_1,\dots,d_m$ gyökök már páronként különbözők.

A k_i a d_i gyök multiplicitása. Azaz d_i egy k_i-szoros gyök.

Következmény (K, 63. oldal)

$\mathrm{gr}(f)=k_1+k_2+\ldots+k_n$, vagyis az f polinomnak multiplicitásokkal számolva n darab gyöke van.

Többszörös gyökök

$$f(x) = x^3 - 3x - 2 = (x+1)(x+1)(x-2) = (x+1)^2(x-2).$$

Többszörös gyökök

$f(x) = x^3 - 3x - 2 = (x+1)(x+1)(x-2) = (x+1)^2(x-2)$.
Legyen $g(x) = x - 2$.

Többszörös gyökök

$f(x) = x^3 - 3x - 2 = (x+1)(x+1)(x-2) = (x+1)^2(x-2)$.
Legyen $g(x) = x - 2$. Ekkor $g(-1) \neq 0$.

Többszörös gyökök

$f(x) = x^3 - 3x - 2 = (x+1)(x+1)(x-2) = (x+1)^2(x-2)$.
Legyen $g(x) = x - 2$. Ekkor $g(-1) \neq 0$.

Ezentúl $f^*(b)$ helyett $f(b)$

Többszörös gyökök

$f(x) = x^3 - 3x - 2 = (x+1)(x+1)(x-2) = (x+1)^2(x-2)$.
Legyen $g(x) = x - 2$. Ekkor $g(-1) \neq 0$.

Ezentúl $f^*(b)$ helyett $f(b)$ (de polinom $\neq$ polinomfüggvény).

Többszörös gyökök

$f(x) = x^3 - 3x - 2 = (x+1)(x+1)(x-2) = (x+1)^2(x-2)$.
Legyen $g(x) = x - 2$. Ekkor $g(-1) \neq 0$.

Ezentúl $f^*(b)$ helyett $f(b)$ (de polinom $\neq$ polinomfüggvény).

Definíció (K2.5.5)

Az $f \in \mathbb{R}[x]$ polinomnak a $b \in \mathbb{R}$ szám k-szoros gyöke

Többszörös gyökök

$f(x) = x^3 - 3x - 2 = (x+1)(x+1)(x-2) = (x+1)^2(x-2)$.
Legyen $g(x) = x - 2$. Ekkor $g(-1) \neq 0$.

Ezentúl $f^*(b)$ helyett $f(b)$ (de polinom $\neq$ polinomfüggvény).

Definíció (K2.5.5)

Az $f \in \mathbb{R}[x]$ polinomnak a $b \in \mathbb{R}$ szám k-szoros gyöke
(vagyis a b gyök multiplicitása k),

Többszörös gyökök

$f(x) = x^3 - 3x - 2 = (x+1)(x+1)(x-2) = (x+1)^2(x-2)$.
Legyen $g(x) = x - 2$. Ekkor $g(-1) \neq 0$.

Ezentúl $f^*(b)$ helyett $f(b)$ (de polinom $\neq$ polinomfüggvény).

Definíció (K2.5.5)

Az $f \in \mathbb{R}[x]$ polinomnak a $b \in \mathbb{R}$ szám k-szoros gyöke (vagyis a b gyök multiplicitása k), ha $f(x) = (x-b)^k q(x)$,

Többszörös gyökök

$f(x) = x^3 - 3x - 2 = (x+1)(x+1)(x-2) = (x+1)^2(x-2)$.
Legyen $g(x) = x - 2$. Ekkor $g(-1) \neq 0$.

Ezentúl $f^*(b)$ helyett $f(b)$ (de polinom $\neq$ polinomfüggvény).

Definíció (K2.5.5)

Az $f \in \mathbb{R}[x]$ polinomnak a $b \in \mathbb{R}$ szám k-szoros gyöke (vagyis a b gyök multiplicitása k), ha $f(x) = (x-b)^k q(x)$, ahol a $q \in \mathbb{R}[x]$ polinomnak b már nem gyöke: $q(b) \neq 0$.

Többszörös gyökök

$f(x) = x^3 - 3x - 2 = (x+1)(x+1)(x-2) = (x+1)^2(x-2)$.
Legyen $g(x) = x - 2$. Ekkor $g(-1) \neq 0$.

Ezentúl $f^*(b)$ helyett $f(b)$ (de polinom $\neq$ polinomfüggvény).

Definíció (K2.5.5)

Az $f \in \mathbb{R}[x]$ polinomnak a $b \in \mathbb{R}$ szám k-szoros gyöke (vagyis a b gyök multiplicitása k), ha $f(x) = (x-b)^k q(x)$, ahol a $q \in \mathbb{R}[x]$ polinomnak b már nem gyöke: $q(b) \neq 0$.

Azaz $q(x)$-ből az $x - b$ gyöktényező már nem emelhető ki.

Többszörös gyökök

$f(x) = x^3 - 3x - 2 = (x+1)(x+1)(x-2) = (x+1)^2(x-2)$.
Legyen $g(x) = x - 2$. Ekkor $g(-1) \neq 0$.

Ezentúl $f^*(b)$ helyett $f(b)$ (de polinom $\neq$ polinomfüggvény).

Definíció (K2.5.5)

Az $f \in \mathbb{R}[x]$ polinomnak a $b \in \mathbb{R}$ szám k-szoros gyöke (vagyis a b gyök multiplicitása k), ha $f(x) = (x-b)^k q(x)$, ahol a $q \in \mathbb{R}[x]$ polinomnak b már nem gyöke: $q(b) \neq 0$.

Azaz $q(x)$-ből az $x - b$ gyöktényező már nem emelhető ki.
Tehát $x - b$ kiemelhető $f(x)$-ből k-szor, de $k + 1$-szer már nem.

Többszörös gyökök

$f(x) = x^3 - 3x - 2 = (x+1)(x+1)(x-2) = (x+1)^2(x-2)$.
Legyen $g(x) = x - 2$. Ekkor $g(-1) \neq 0$.

Ezentúl $f^*(b)$ helyett $f(b)$ (de polinom $\neq$ polinomfüggvény).

Definíció (K2.5.5)

Az $f \in \mathbb{R}[x]$ polinomnak a $b \in \mathbb{R}$ szám k-szoros gyöke (vagyis a b gyök multiplicitása k), ha $f(x) = (x-b)^k q(x)$, ahol a $q \in \mathbb{R}[x]$ polinomnak b már nem gyöke: $q(b) \neq 0$.

Azaz $q(x)$-ből az $x - b$ gyöktényező már nem emelhető ki.
Tehát $x - b$ kiemelhető $f(x)$-ből k-szor, de $k + 1$-szer már nem.

A többszörös gyökök sokszor meghatározhatók a formális deriválás módszerével (K3.6. szakasz, később szerepel majd).

Az iterált Horner-elrendezés

Hányszoros gyöke az $f(x) = x^4 - x^3 - x + 1$ polinomnak az 1?

Az iterált Horner-elrendezés

Hányszoros gyöke az $f(x) = x^4 - x^3 - x + 1$ polinomnak az 1?

	1	-1	0	-1	1
$x = 1$					

$x^4 - x^3 - x + 1$

Az iterált Horner-elrendezés

Hányszoros gyöke az $f(x) = x^4 - x^3 - x + 1$ polinomnak az 1?

	1	−1	0	−1	1
$x = 1$	1	0	0	−1	0

$x^4 - x^3 - x + 1$

Az iterált Horner-elrendezés

Hányszoros gyöke az $f(x) = x^4 - x^3 - x + 1$ polinomnak az 1?

	1	−1	0	−1	1
$x = 1$	1	0	0	−1	0

$$x^4 - x^3 - x + 1$$
$$(x-1)(x^3-1)$$

Az iterált Horner-elrendezés

Hányszoros gyöke az $f(x) = x^4 - x^3 - x + 1$ polinomnak az 1?

	1	−1	0	−1	1
$x = 1$	1	0	0	−1	0

$$x^4 - x^3 - x + 1$$
$$(x-1)(x^3-1)$$

Az $x - 1$ másodszori kiemeléséhez az együtthatók az alsó sorban vannak!

Az iterált Horner-elrendezés

Hányszoros gyöke az $f(x) = x^4 - x^3 - x + 1$ polinomnak az 1?

	1	-1	0	-1	1
$x = 1$	1	0	0	-1	0
$x = 1$	1	1	1	0	

$x^4 - x^3 - x + 1$

$(x-1)(x^3-1)$

Az $x - 1$ másodszori kiemeléséhez az együtthatók az alsó sorban vannak!

Az iterált Horner-elrendezés

Hányszoros gyöke az $f(x) = x^4 - x^3 - x + 1$ polinomnak az 1?

	1	-1	0	-1	1
$x = 1$	1	0	0	-1	0
$x = 1$	1	1	1	0	

$$x^4 - x^3 - x + 1$$
$$(x-1)(x^3-1)$$
$$(x-1)^2(x^2+x+1)$$

Az $x - 1$ másodszori kiemeléséhez az együtthatók az alsó sorban vannak!

Az iterált Horner-elrendezés

Hányszoros gyöke az $f(x) = x^4 - x^3 - x + 1$ polinomnak az 1?

	1	−1	0	−1	1
$x = 1$	1	0	0	−1	0
$x = 1$	1	1	1	0	
$x = 1$	1	2	3		

$$x^4 - x^3 - x + 1$$
$$(x-1)(x^3-1)$$
$$(x-1)^2(x^2+x+1)$$

Az $x - 1$ másodszori kiemeléséhez az együtthatók az alsó sorban vannak!

Az iterált Horner-elrendezés

Hányszoros gyöke az $f(x) = x^4 - x^3 - x + 1$ polinomnak az 1?

	1	−1	0	−1	1
$x = 1$	1	0	0	−1	0
$x = 1$	1	1	1	0	
$x = 1$	1	2	3		

$$x^4 - x^3 - x + 1$$
$$(x-1)(x^3-1)$$
$$(x-1)^2(x^2+x+1)$$

Az $x - 1$ másodszori kiemeléséhez az együtthatók az alsó sorban vannak! Az 1 kétszeres gyök, mert $x^2 + x + 1$-nek már nem gyöke.

Az iterált Horner-elrendezés

Hányszoros gyöke az $f(x) = x^4 - x^3 - x + 1$ polinomnak az 1?

	1	−1	0	−1	1
$x = 1$	1	0	0	−1	0
$x = 1$	1	1	1	0	
$x = 1$	1	2	3		

$$x^4 - x^3 - x + 1$$
$$(x-1)(x^3-1)$$
$$(x-1)^2(x^2+x+1)$$

Az $x - 1$ másodszori kiemeléséhez az együtthatók az alsó sorban vannak! Az 1 kétszeres gyök, mert $x^2 + x + 1$-nek már nem gyöke. Ennek ellenére folytatjuk az eljárást, amíg lehet!

Az iterált Horner-elrendezés

Hányszoros gyöke az $f(x) = x^4 - x^3 - x + 1$ polinomnak az 1?

	1	-1	0	-1	1
$x = 1$	1	0	0	-1	0
$x = 1$	1	1	1	0	
$x = 1$	1	2	3		

$$x^4 - x^3 - x + 1$$
$$(x-1)(x^3-1)$$
$$(x-1)^2(x^2+x+1)$$
$$(x-1)^2((x-1)(x+2)+3)$$

Az $x - 1$ másodszori kiemeléséhez az együtthatók az alsó sorban vannak! Az 1 kétszeres gyök, mert $x^2 + x + 1$-nek már nem gyöke. Ennek ellenére folytatjuk az eljárást, amíg lehet!

Az iterált Horner-elrendezés

Hányszoros gyöke az $f(x) = x^4 - x^3 - x + 1$ polinomnak az 1?

	1	−1	0	−1	1
$x=1$	1	0	0	−1	0
$x=1$	1	1	1	0	
$x=1$	1	2	3		
$x=1$	1	3			

$$x^4 - x^3 - x + 1$$
$$(x-1)(x^3-1)$$
$$(x-1)^2(x^2+x+1)$$
$$(x-1)^2\big((x-1)(x+2)+3\big)$$

Az $x-1$ másodszori kiemeléséhez az együtthatók az alsó sorban vannak! Az 1 kétszeres gyök, mert x^2+x+1-nek már nem gyöke. Ennek ellenére folytatjuk az eljárást, amíg lehet!

Az iterált Horner-elrendezés

Hányszoros gyöke az $f(x) = x^4 - x^3 - x + 1$ polinomnak az 1?

	1	−1	0	−1	1
$x=1$	1	0	0	−1	0
$x=1$	1	1	1	0	
$x=1$	1	2	3		
$x=1$	1	3			

$$x^4 - x^3 - x + 1$$
$$(x-1)(x^3-1)$$
$$(x-1)^2(x^2+x+1)$$
$$(x-1)^2((x-1)(x+2)+3)$$
$$(x-1)^2((x-1)((x-1)+3)+3)$$

Az $x - 1$ másodszori kiemeléséhez az együtthatók az alsó sorban vannak! Az 1 kétszeres gyök, mert $x^2 + x + 1$-nek már nem gyöke. Ennek ellenére folytatjuk az eljárást, amíg lehet!

Az iterált Horner-elrendezés

Hányszoros gyöke az $f(x) = x^4 - x^3 - x + 1$ polinomnak az 1?

	1	−1	0	−1	1
$x=1$	1	0	0	−1	0
$x=1$	1	1	1	0	
$x=1$	1	2	3		
$x=1$	1	3			
$x=1$	1				

$$x^4 - x^3 - x + 1$$
$$(x-1)(x^3-1)$$
$$(x-1)^2(x^2+x+1)$$
$$(x-1)^2((x-1)(x+2)+3)$$
$$(x-1)^2((x-1)((x-1)+3)+3)$$

Az $x-1$ másodszori kiemeléséhez az együtthatók az alsó sorban vannak! Az 1 kétszeres gyök, mert x^2+x+1-nek már nem gyöke. Ennek ellenére folytatjuk az eljárást, amíg lehet!

Az iterált Horner-elrendezés

Hányszoros gyöke az $f(x) = x^4 - x^3 - x + 1$ polinomnak az 1?

	1	−1	0	−1	1
$x = 1$	1	0	0	−1	0
$x = 1$	1	1	1	0	
$x = 1$	1	2	3		
$x = 1$	1	3			
$x = 1$	1				

$$x^4 - x^3 - x + 1$$
$$(x-1)(x^3-1)$$
$$(x-1)^2(x^2+x+1)$$
$$(x-1)^2((x-1)(x+2)+3)$$
$$(x-1)^2((x-1)((x-1)+3)+3)$$

Az $x - 1$ másodszori kiemeléséhez az együtthatók az alsó sorban vannak! Az 1 kétszeres gyök, mert $x^2 + x + 1$-nek már nem gyöke. Ennek ellenére folytatjuk az eljárást, amíg lehet! Az eljárás véget ért, az eredmény beszorzással $(x - 1)$ polinomjává alakítható.

Az iterált Horner-elrendezés

Hányszoros gyöke az $f(x) = x^4 - x^3 - x + 1$ polinomnak az 1?

	1	−1	0	−1	1
$x = 1$	1	0	0	−1	0
$x = 1$	1	1	1	0	
$x = 1$	1	2	3		
$x = 1$	1	3			
$x = 1$	1				

$$x^4 - x^3 - x + 1$$
$$(x-1)(x^3-1)$$
$$(x-1)^2(x^2+x+1)$$
$$(x-1)^2((x-1)(x+2)+3)$$
$$(x-1)^2((x-1)((x-1)+3)+3)$$
$$(x-1)^4 + 3(x-1)^3 + 3(x-1)^2$$

Az $x - 1$ másodszori kiemeléséhez az együtthatók az alsó sorban vannak! Az 1 kétszeres gyök, mert $x^2 + x + 1$-nek már nem gyöke. Ennek ellenére folytatjuk az eljárást, amíg lehet! Az eljárás véget ért, az eredmény beszorzással $(x - 1)$ polinomjává alakítható.

Az iterált Horner-elrendezés

Hányszoros gyöke az $f(x) = x^4 - x^3 - x + 1$ polinomnak az 1?

	1	−1	0	−1	1
$x=1$	1	0	0	−1	0
$x=1$	1	1	1	0	
$x=1$	1	2	3		
$x=1$	1	3			
$x=1$	1				

$$x^4 - x^3 - x + 1$$
$$(x-1)(x^3-1)$$
$$(x-1)^2(x^2+x+1)$$
$$(x-1)^2((x-1)(x+2)+3)$$
$$(x-1)^2((x-1)((x-1)+3)+3)$$
$$(x-1)^4 + 3(x-1)^3 + 3(x-1)^2$$

Az $x-1$ másodszori kiemeléséhez az együtthatók az alsó sorban vannak! Az 1 kétszeres gyök, mert x^2+x+1-nek már nem gyöke. Ennek ellenére folytatjuk az eljárást, amíg lehet! Az eljárás véget ért, az eredmény beszorzással $(x-1)$ polinomjává alakítható. Tehát $f(x) = g(x-1)$, ahol $g(y) = y^4 + 3y^3 + 3y^2$.

Az iterált Horner-elrendezés

Hányszoros gyöke az $f(x) = x^4 - x^3 - x + 1$ polinomnak az 1?

	1	-1	0	-1	1
$x = 1$	1	0	0	-1	0
$x = 1$	1	1	1	0	
$x = 1$	1	2	3		
$x = 1$	1	3			
$x = 1$	1				

$$x^4 - x^3 - x + 1$$
$$(x-1)(x^3-1)$$
$$(x-1)^2(x^2+x+1)$$
$$(x-1)^2((x-1)(x+2)+3)$$
$$(x-1)^2((x-1)((x-1)+3)+3)$$
$$(x-1)^4 + 3(x-1)^3 + 3(x-1)^2$$

Az $x - 1$ másodszori kiemeléséhez az együtthatók az alsó sorban vannak! Az 1 kétszeres gyök, mert $x^2 + x + 1$-nek már nem gyöke. Ennek ellenére folytatjuk az eljárást, amíg lehet! Az eljárás véget ért, az eredmény beszorzással $(x - 1)$ polinomjává alakítható.
Tehát $f(x) = g(x - 1)$, ahol $g(y) = y^4 + 3y^3 + 3y^2$.
A $g(y)$ együtthatóit fölfelé haladva a sorok utolsó számai adják.

Az iterált Horner-elrendezés

Hányszoros gyöke az $f(x) = x^4 - x^3 - x + 1$ polinomnak az 1?

	1	−1	0	−1	1
$x = 1$	1	0	0	−1	0
$x = 1$	1	1	1	0	
$x = 1$	1	2	3		
$x = 1$	1	3			
$x = 1$	1				

$$x^4 - x^3 - x + 1$$
$$(x-1)(x^3-1)$$
$$(x-1)^2(x^2+x+1)$$
$$(x-1)^2((x-1)(x+2)+3)$$
$$(x-1)^2((x-1)((x-1)+3)+3)$$
$$(x-1)^4 + 3(x-1)^3 + 3(x-1)^2$$

Az $x - 1$ másodszori kiemeléséhez az együtthatók az alsó sorban vannak! Az 1 kétszeres gyök, mert $x^2 + x + 1$-nek már nem gyöke. Ennek ellenére folytatjuk az eljárást, amíg lehet! Az eljárás véget ért, az eredmény beszorzással $(x - 1)$ polinomjává alakítható.
Tehát $f(x) = g(x-1)$, ahol $g(y) = y^4 + 3y^3 + 3y^2$.
A $g(y)$ együtthatóit fölfelé haladva a sorok utolsó számai adják.
HF: Általában is így kaphatjuk $g(x - b) = f(x)$ együtthatóit.

Binomiális együtthatók

Ismétlés

Ha van n tárgyunk, akkor ezeket $n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n$ különböző módon tudjuk sorba rakni.

Binomiális együtthatók

Ismétlés

Ha van n tárgyunk, akkor ezeket $n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n$ különböző módon tudjuk sorba rakni. Az itt szereplő $n!$ szám neve: n faktoriális.

Binomiális együtthatók

Ismétlés

Ha van n tárgyunk, akkor ezeket $n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n$ különböző módon tudjuk sorba rakni. Az itt szereplő $n!$ szám neve: n faktoriális. Üres szorzat: $0! = 1$.

Binomiális együtthatók

Ismétlés

Ha van n tárgyunk, akkor ezeket $n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n$ különböző módon tudjuk sorba rakni. Az itt szereplő $n!$ szám neve: n faktoriális. Üres szorzat: $0! = 1$.

Ismétlés

Ha van n tárgyunk, és ebből k darabot akarunk kiválasztani (a sorrendre való tekintet nélkül), akkor ezt

Binomiális együtthatók

Ismétlés

Ha van n tárgyunk, akkor ezeket $n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n$ különböző módon tudjuk sorba rakni. Az itt szereplő $n!$ szám neve: n faktoriális. Üres szorzat: $0! = 1$.

Ismétlés

Ha van n tárgyunk, és ebből k darabot akarunk kiválasztani (a sorrendre való tekintet nélkül), akkor ezt

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{k!}$$

különböző módon tehetjük meg.

Binomiális együtthatók

Ismétlés

Ha van n tárgyunk, akkor ezeket $n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n$ különböző módon tudjuk sorba rakni. Az itt szereplő $n!$ szám neve: n faktoriális. Üres szorzat: $0! = 1$.

Ismétlés

Ha van n tárgyunk, és ebből k darabot akarunk kiválasztani (a sorrendre való tekintet nélkül), akkor ezt

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{k!}$$

különböző módon tehetjük meg. Az itt szereplő kifejezés az „n alatt a k" binomiális együttható.

Binomiális együtthatók

Ismétlés

Ha van n tárgyunk, akkor ezeket $n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n$ különböző módon tudjuk sorba rakni. Az itt szereplő $n!$ szám neve: n faktoriális. Üres szorzat: $0! = 1$.

Ismétlés

Ha van n tárgyunk, és ebből k darabot akarunk kiválasztani (a sorrendre való tekintet nélkül), akkor ezt

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{k!}$$

különböző módon tehetjük meg. Az itt szereplő kifejezés az „n alatt a k” binomiális együttható. Megállapodás szerint ennek értéke nulla, ha $k > n$,

Binomiális együtthatók

Ismétlés

Ha van n tárgyunk, akkor ezeket $n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n$ különböző módon tudjuk sorba rakni. Az itt szereplő $n!$ szám neve: n **faktoriális**. Üres szorzat: $0! = 1$.

Ismétlés

Ha van n tárgyunk, és ebből k darabot akarunk kiválasztani (a sorrendre való tekintet nélkül), akkor ezt

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{k!}$$

különböző módon tehetjük meg. Az itt szereplő kifejezés az „n alatt a k" **binomiális együttható**. Megállapodás szerint ennek értéke nulla, ha $k > n$, vagy ha $k < 0$.

A binomiális tétel

Fejtsük ki az $(a+b)^3$ szorzatot.

A binomiális tétel

Fejtsük ki az $(a+b)^3$ szorzatot.

Az $(a+b)(a+b)(a+b)$ szorzatot kifejtve egy összeget kapunk.

A binomiális tétel

Fejtsük ki az $(a+b)^3$ szorzatot.

Az $(a+b)(a+b)(a+b)$ szorzatot kifejtve egy összeget kapunk.
A tagok $u_1 \cdot u_2 \cdot u_3$ szorzatok, ahol $u_1, u_2, u_3 \in \{a, b\}$,
az összes lehetséges kombinációban

A binomiális tétel

Fejtsük ki az $(a+b)^3$ szorzatot.

Az $(a+b)(a+b)(a+b)$ szorzatot kifejtve egy összeget kapunk.
A tagok $u_1 \cdot u_2 \cdot u_3$ szorzatok, ahol $u_1, u_2, u_3 \in \{a, b\}$,
az összes lehetséges kombinációban (összesen $2^3 = 8$ tag).

A binomiális tétel

Fejtsük ki az $(a+b)^3$ szorzatot.

Az $(a+b)(a+b)(a+b)$ szorzatot kifejtve egy összeget kapunk.
A tagok $u_1 \cdot u_2 \cdot u_3$ szorzatok, ahol $u_1, u_2, u_3 \in \{a, b\}$,
az összes lehetséges kombinációban (összesen $2^3 = 8$ tag).
a^3 csak egyféleképpen keletkezhet:

A binomiális tétel

Fejtsük ki az $(a+b)^3$ szorzatot.

Az $(a+b)(a+b)(a+b)$ szorzatot kifejtve egy összeget kapunk.
A tagok $u_1 \cdot u_2 \cdot u_3$ szorzatok, ahol $u_1, u_2, u_3 \in \{a, b\}$,
az összes lehetséges kombinációban (összesen $2^3 = 8$ tag).
a^3 csak egyféleképpen keletkezhet: ha $u_1 = u_2 = u_3 = a$.

A binomiális tétel

Fejtsük ki az $(a+b)^3$ szorzatot.

Az $(a+b)(a+b)(a+b)$ szorzatot kifejtve egy összeget kapunk.
A tagok $u_1 \cdot u_2 \cdot u_3$ szorzatok, ahol $u_1, u_2, u_3 \in \{a, b\}$,
az összes lehetséges kombinációban (összesen $2^3 = 8$ tag).
a^3 csak egyféleképpen keletkezhet: ha $u_1 = u_2 = u_3 = a$.
a^2b úgy keletkezhet, hogy u_1, u_2, u_3 közül kettő a-val egyenlő.

A binomiális tétel

Fejtsük ki az $(a+b)^3$ szorzatot.

Az $(a+b)(a+b)(a+b)$ szorzatot kifejtve egy összeget kapunk.
A tagok $u_1 \cdot u_2 \cdot u_3$ szorzatok, ahol $u_1, u_2, u_3 \in \{a, b\}$,
az összes lehetséges kombinációban (összesen $2^3 = 8$ tag).
a^3 csak egyféleképpen keletkezhet: ha $u_1 = u_2 = u_3 = a$.
$a^2 b$ úgy keletkezhet, hogy u_1, u_2, u_3 közül kettő a-val egyenlő.
Ezt a kettőt $\binom{3}{2} = 3$-féleképpen választhatjuk ki.

A binomiális tétel

Fejtsük ki az $(a+b)^3$ szorzatot.

Az $(a+b)(a+b)(a+b)$ szorzatot kifejtve egy összeget kapunk.
A tagok $u_1 \cdot u_2 \cdot u_3$ szorzatok, ahol $u_1, u_2, u_3 \in \{a, b\}$,
az összes lehetséges kombinációban (összesen $2^3 = 8$ tag).
a^3 csak egyféleképpen keletkezhet: ha $u_1 = u_2 = u_3 = a$.
a^2b úgy keletkezhet, hogy u_1, u_2, u_3 közül kettő a-val egyenlő.
Ezt a kettőt $\binom{3}{2} = 3$-féleképpen választhatjuk ki.
Hasonlóan ab^2-ből is három darab lesz,

A binomiális tétel

Fejtsük ki az $(a+b)^3$ szorzatot.

Az $(a+b)(a+b)(a+b)$ szorzatot kifejtve egy összeget kapunk.
A tagok $u_1 \cdot u_2 \cdot u_3$ szorzatok, ahol $u_1, u_2, u_3 \in \{a, b\}$,
az összes lehetséges kombinációban (összesen $2^3 = 8$ tag).
a^3 csak egyféleképpen keletkezhet: ha $u_1 = u_2 = u_3 = a$.
$a^2 b$ úgy keletkezhet, hogy u_1, u_2, u_3 közül kettő a-val egyenlő.
Ezt a kettőt $\binom{3}{2} = 3$-féleképpen választhatjuk ki.
Hasonlóan ab^2-ből is három darab lesz, b^3-ből pedig egy.

A binomiális tétel

Fejtsük ki az $(a+b)^3$ szorzatot.

Az $(a+b)(a+b)(a+b)$ szorzatot kifejtve egy összeget kapunk.
A tagok $u_1 \cdot u_2 \cdot u_3$ szorzatok, ahol $u_1, u_2, u_3 \in \{a, b\}$,
az összes lehetséges kombinációban (összesen $2^3 = 8$ tag).
a^3 csak egyféleképpen keletkezhet: ha $u_1 = u_2 = u_3 = a$.
$a^2 b$ úgy keletkezhet, hogy u_1, u_2, u_3 közül kettő a-val egyenlő.
Ezt a kettőt $\binom{3}{2} = 3$-féleképpen választhatjuk ki.
Hasonlóan ab^2-ből is három darab lesz, b^3-ből pedig egy.

A binomiális tétel (K2.2.46, K2.1.4, K2.1.10)

$(a+b)^n =$

A binomiális tétel

Fejtsük ki az $(a+b)^3$ szorzatot.

Az $(a+b)(a+b)(a+b)$ szorzatot kifejtve egy összeget kapunk.
A tagok $u_1 \cdot u_2 \cdot u_3$ szorzatok, ahol $u_1, u_2, u_3 \in \{a, b\}$,
az összes lehetséges kombinációban (összesen $2^3 = 8$ tag).
a^3 csak egyféleképpen keletkezhet: ha $u_1 = u_2 = u_3 = a$.
a^2b úgy keletkezhet, hogy u_1, u_2, u_3 közül kettő a-val egyenlő.
Ezt a kettőt $\binom{3}{2} = 3$-féleképpen választhatjuk ki.
Hasonlóan ab^2-ből is három darab lesz, b^3-ből pedig egy.

A binomiális tétel (K2.2.46, K2.1.4, K2.1.10)

$$(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \ldots + \binom{n}{n-1}ab^{n-1} + b^n$$

A binomiális tétel

Fejtsük ki az $(a+b)^3$ szorzatot.

Az $(a+b)(a+b)(a+b)$ szorzatot kifejtve egy összeget kapunk.
A tagok $u_1 \cdot u_2 \cdot u_3$ szorzatok, ahol $u_1, u_2, u_3 \in \{a, b\}$,
az összes lehetséges kombinációban (összesen $2^3 = 8$ tag).
a^3 csak egyféleképpen keletkezhet: ha $u_1 = u_2 = u_3 = a$.
$a^2 b$ úgy keletkezhet, hogy u_1, u_2, u_3 közül kettő a-val egyenlő.
Ezt a kettőt $\binom{3}{2} = 3$-féleképpen választhatjuk ki.
Hasonlóan ab^2-ből is három darab lesz, b^3-ből pedig egy.

A binomiális tétel (K2.2.46, K2.1.4, K2.1.10)

$$(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \ldots + \binom{n}{n-1} ab^{n-1} + b^n = \sum_{j=0}^{n}$$

A binomiális tétel

Fejtsük ki az $(a+b)^3$ szorzatot.

Az $(a+b)(a+b)(a+b)$ szorzatot kifejtve egy összeget kapunk.
A tagok $u_1 \cdot u_2 \cdot u_3$ szorzatok, ahol $u_1, u_2, u_3 \in \{a, b\}$,
az összes lehetséges kombinációban (összesen $2^3 = 8$ tag).
a^3 csak egyféleképpen keletkezhet: ha $u_1 = u_2 = u_3 = a$.
a^2b úgy keletkezhet, hogy u_1, u_2, u_3 közül kettő a-val egyenlő.
Ezt a kettőt $\binom{3}{2} = 3$-féleképpen választhatjuk ki.
Hasonlóan ab^2-ből is három darab lesz, b^3-ből pedig egy.

A binomiális tétel (K2.2.46, K2.1.4, K2.1.10)

$$(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \ldots + \binom{n}{n-1}ab^{n-1} + b^n = \sum_{j=0}^{n} \binom{n}{j}$$

A binomiális tétel

Fejtsük ki az $(a+b)^3$ szorzatot.

Az $(a+b)(a+b)(a+b)$ szorzatot kifejtve egy összeget kapunk.
A tagok $u_1 \cdot u_2 \cdot u_3$ szorzatok, ahol $u_1, u_2, u_3 \in \{a, b\}$,
az összes lehetséges kombinációban (összesen $2^3 = 8$ tag).
a^3 csak egyféleképpen keletkezhet: ha $u_1 = u_2 = u_3 = a$.
a^2b úgy keletkezhet, hogy u_1, u_2, u_3 közül kettő a-val egyenlő.
Ezt a kettőt $\binom{3}{2} = 3$-féleképpen választhatjuk ki.
Hasonlóan ab^2-ből is három darab lesz, b^3-ből pedig egy.

A binomiális tétel (K2.2.46, K2.1.4, K2.1.10)

$$(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \ldots + \binom{n}{n-1}ab^{n-1} + b^n = \sum_{j=0}^{n} \binom{n}{j} a^{n-j}$$

A binomiális tétel

Fejtsük ki az $(a+b)^3$ szorzatot.

Az $(a+b)(a+b)(a+b)$ szorzatot kifejtve egy összeget kapunk.
A tagok $u_1 \cdot u_2 \cdot u_3$ szorzatok, ahol $u_1, u_2, u_3 \in \{a, b\}$,
az összes lehetséges kombinációban (összesen $2^3 = 8$ tag).
a^3 csak egyféleképpen keletkezhet: ha $u_1 = u_2 = u_3 = a$.
$a^2 b$ úgy keletkezhet, hogy u_1, u_2, u_3 közül kettő a-val egyenlő.
Ezt a kettőt $\binom{3}{2} = 3$-féleképpen választhatjuk ki.
Hasonlóan ab^2-ből is három darab lesz, b^3-ből pedig egy.

A binomiális tétel (K2.2.46, K2.1.4, K2.1.10)

$$(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \ldots + \binom{n}{n-1} a b^{n-1} + b^n = \sum_{j=0}^{n} \binom{n}{j} a^{n-j} b^j.$$

A 4. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Gyöktényezős alak (K2.5).

A 4. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Gyöktényezős alak (K2.5).
Gyök multiplicitása (K2.5.5).

A 4. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Gyöktényezős alak (K2.5).
Gyök multiplicitása (K2.5.5).

Tételek

A polinomok műveleti tulajdonságai (K2.1.6).

A 4. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Gyöktényezős alak (K2.5).
Gyök multiplicitása (K2.5.5).

Tételek

A polinomok műveleti tulajdonságai (K2.1.6).
A Horner-elrendezés (K2.4.4).

A 4. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Gyöktényezős alak (K2.5).
Gyök multiplicitása (K2.5.5).

Tételek

A polinomok műveleti tulajdonságai (K2.1.6).
A Horner-elrendezés (K2.4.4).
Gyöktényezők kiemelése egyszerre (K2.4.7).

A 4. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Gyöktényezős alak (K2.5).
Gyök multiplicitása (K2.5.5).

Tételek

A polinomok műveleti tulajdonságai (K2.1.6).
A Horner-elrendezés (K2.4.4).
Gyöktényezők kiemelése egyszerre (K2.4.7).
Polinomnak legfeljebb foknyi számú gyöke van (K2.4.7).

A 4. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Gyöktényezős alak (K2.5).
Gyök multiplicitása (K2.5.5).

Tételek

A polinomok műveleti tulajdonságai (K2.1.6).
A Horner-elrendezés (K2.4.4).
Gyöktényezők kiemelése egyszerre (K2.4.7).
Polinomnak legfeljebb foknyi számú gyöke van (K2.4.7).
A polinomok azonossági tétele (K2.4.10).

A 4. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Gyöktényezős alak (K2.5).
Gyök multiplicitása (K2.5.5).

Tételek

A polinomok műveleti tulajdonságai (K2.1.6).
A Horner-elrendezés (K2.4.4).
Gyöktényezők kiemelése egyszerre (K2.4.7).
Polinomnak legfeljebb foknyi számú gyöke van (K2.4.7).
A polinomok azonossági tétele (K2.4.10).
Polinom és polinomfüggvény kapcsolata (K2.4.11).

A 4. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Gyöktényezős alak (K2.5).
Gyök multiplicitása (K2.5.5).

Tételek

A polinomok műveleti tulajdonságai (K2.1.6).
A Horner-elrendezés (K2.4.4).
Gyöktényezők kiemelése egyszerre (K2.4.7).
Polinomnak legfeljebb foknyi számú gyöke van (K2.4.7).
A polinomok azonossági tétele (K2.4.10).
Polinom és polinomfüggvény kapcsolata (K2.4.11).
Átalakítás $x - b$ polinomjává iterált Horner-eljárással.

A 4. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Gyöktényezős alak (K2.5).
Gyök multiplicitása (K2.5.5).

Tételek

A polinomok műveleti tulajdonságai (K2.1.6).
A Horner-elrendezés (K2.4.4).
Gyöktényezők kiemelése egyszerre (K2.4.7).
Polinomnak legfeljebb foknyi számú gyöke van (K2.4.7).
A polinomok azonossági tétele (K2.4.10).
Polinom és polinomfüggvény kapcsolata (K2.4.11).
Átalakítás $x - b$ polinomjává iterált Horner-eljárással.
A binomiális tétel (K2.2.42).