Algebra és számelmélet

ELTE Algebra és Számelmélet Tanszék

Konzultáció: Kiss Emil
http://ewkiss.web.elte.hu/wp/wordpress
ewwkiss@gmail.com

19. előadás

Hasonló tételek

Láttuk:

Legyen T a $\mathbb{C}, \mathbb{R}, \mathbb{Q}$ egyike. Ekkor $T[x]$-ben

Hasonló tételek

Láttuk:

Legyen T a $\mathbb{C}, \mathbb{R}, \mathbb{Q}$ egyike. Ekkor $T[x]$-ben

(1) ki lehet emelni a gyöktényezőket;

Hasonló tételek

Láttuk:

Legyen T a $\mathbb{C}, \mathbb{R}, \mathbb{Q}$ egyike. Ekkor $T[x]$-ben

(1) ki lehet emelni a gyöktényezőket;

(2) érvényes a polinomok azonossági tétele;

Hasonló tételek

Láttuk:

Legyen T a $\mathbb{C}, \mathbb{R}, \mathbb{Q}$ egyike. Ekkor $T[x]$-ben

(1) ki lehet emelni a gyöktényezőket;

(2) érvényes a polinomok azonossági tétele;

(3) elvégezhető az interpoláció;

Hasonló tételek

Láttuk:

Legyen T a $\mathbb{C}, \mathbb{R}, \mathbb{Q}$ egyike. Ekkor $T[x]$-ben

(1) ki lehet emelni a gyöktényezőket;

(2) érvényes a polinomok azonossági tétele;

(3) elvégezhető az interpoláció;

és így tovább.

Hasonló tételek

Láttuk:

Legyen T a $\mathbb{C}, \mathbb{R}, \mathbb{Q}$ egyike. Ekkor $T[x]$-ben

(1) ki lehet emelni a gyöktényezőket;

(2) érvényes a polinomok azonossági tétele;

(3) elvégezhető az interpoláció;

és így tovább. Nagyon hasonlóan viselkednek.

Hasonló tételek

Láttuk:

Legyen T a $\mathbb{C}, \mathbb{R}, \mathbb{Q}$ egyike. Ekkor $T[x]$-ben

(1) ki lehet emelni a gyöktényezőket;

(2) érvényes a polinomok azonossági tétele;

(3) elvégezhető az interpoláció;

és így tovább. Nagyon hasonlóan viselkednek. Oka:
a négy alapművelet a szokásos szabályok szerint elvégezhető,

Hasonló tételek

Láttuk:

Legyen T a $\mathbb{C}, \mathbb{R}, \mathbb{Q}$ egyike. Ekkor $T[x]$-ben

(1) ki lehet emelni a gyöktényezőket;

(2) érvényes a polinomok azonossági tétele;

(3) elvégezhető az interpoláció;

és így tovább. Nagyon hasonlóan viselkednek. Oka:
a négy alapművelet a szokásos szabályok szerint elvégezhető,
és ennyi elég az állítások bizonyításához.

Hasonló tételek

Láttuk:

Legyen T a $\mathbb{C}, \mathbb{R}, \mathbb{Q}$ egyike. Ekkor $T[x]$-ben

(1) ki lehet emelni a gyöktényezőket;

(2) érvényes a polinomok azonossági tétele;

(3) elvégezhető az interpoláció;

és így tovább. Nagyon hasonlóan viselkednek. Oka:
a négy alapművelet a szokásos szabályok szerint elvégezhető,
és ennyi elég az állítások bizonyításához.
$\mathbb{Z}$ hasonló, de nem lehet minden nem nulla számmal osztani.

Hasonló tételek

Láttuk:

Legyen T a $\mathbb{C}, \mathbb{R}, \mathbb{Q}$ egyike. Ekkor $T[x]$-ben

(1) ki lehet emelni a gyöktényezőket;

(2) érvényes a polinomok azonossági tétele;

(3) elvégezhető az interpoláció;

és így tovább. Nagyon hasonlóan viselkednek. Oka:
a négy alapművelet a szokásos szabályok szerint elvégezhető,
és ennyi elég az állítások bizonyításához.
$\mathbb{Z}$ hasonló, de nem lehet minden nem nulla számmal osztani.

Nem érdemes ugyanazt a bizonyítást külön elmondani $\mathbb{C}, \mathbb{R}, \mathbb{Q}$ esetén.

Hasonló tételek

Láttuk:

Legyen T a $\mathbb{C}, \mathbb{R}, \mathbb{Q}$ egyike. Ekkor $T[x]$-ben

(1) ki lehet emelni a gyöktényezőket;

(2) érvényes a polinomok azonossági tétele;

(3) elvégezhető az interpoláció;

és így tovább. Nagyon hasonlóan viselkednek. Oka:
a négy alapművelet a szokásos szabályok szerint elvégezhető,
és ennyi elég az állítások bizonyításához.
$\mathbb{Z}$ hasonló, de nem lehet minden nem nulla számmal osztani.

Nem érdemes ugyanazt a bizonyítást külön elmondani $\mathbb{C}, \mathbb{R}, \mathbb{Q}$ esetén. Hátha más fontos számkör is van, ahol a négy alapművelet elvégezhető,

Hasonló tételek

Láttuk:

Legyen T a $\mathbb{C}, \mathbb{R}, \mathbb{Q}$ egyike. Ekkor $T[x]$-ben

(1) ki lehet emelni a gyöktényezőket;

(2) érvényes a polinomok azonossági tétele;

(3) elvégezhető az interpoláció;

és így tovább. Nagyon hasonlóan viselkednek. Oka:
a négy alapművelet a szokásos szabályok szerint elvégezhető,
és ennyi elég az állítások bizonyításához.
$\mathbb{Z}$ hasonló, de nem lehet minden nem nulla számmal osztani.

Nem érdemes ugyanazt a bizonyítást külön elmondani $\mathbb{C}, \mathbb{R}, \mathbb{Q}$ esetén. Hátha más fontos számkör is van, ahol a négy alapművelet elvégezhető, és így a fenti tételek érvényesek.

Hasonló tételek

Láttuk:

Legyen T a $\mathbb{C}, \mathbb{R}, \mathbb{Q}$ egyike. Ekkor $T[x]$-ben

(1) ki lehet emelni a gyöktényezőket;

(2) érvényes a polinomok azonossági tétele;

(3) elvégezhető az interpoláció;

és így tovább. Nagyon hasonlóan viselkednek. Oka:
a négy alapművelet a szokásos szabályok szerint elvégezhető,
és ennyi elég az állítások bizonyításához.
$\mathbb{Z}$ hasonló, de nem lehet minden nem nulla számmal osztani.

Nem érdemes ugyanazt a bizonyítást külön elmondani $\mathbb{C}, \mathbb{R}, \mathbb{Q}$ esetén. Hátha más fontos számkör is van, ahol a négy alapművelet elvégezhető, és így a fenti tételek érvényesek. Például ilyen $\mathbb{Z}_5$ is, a mod 5 maradékok halmaza, a $+_5$ és $*_5$ műveletekre, láttuk a táblázatot.

Gyűrűk és testek

Definíció-kísérlet

Az R gyűrű, ha az összeadás kivonás, szorzás a szokásos szabályok szerint elvégezhető.

Gyűrűk és testek

Definíció-kísérlet

Az R gyűrű, ha az összeadás kivonás, szorzás a szokásos szabályok szerint elvégezhető. A T test, ha ezen felül még minden nem nulla számmal lehet osztani.

Gyűrűk és testek

Definíció-kísérlet

Az R gyűrű, ha az összeadás kivonás, szorzás a szokásos szabályok szerint elvégezhető. A T test, ha ezen felül még minden nem nulla számmal lehet osztani. Motiváló példák (K2.2.35):

Gyűrűk és testek

Definíció-kísérlet

Az R gyűrű, ha az összeadás kivonás, szorzás a szokásos szabályok szerint elvégezhető. A T test, ha ezen felül még minden nem nulla számmal lehet osztani. Motiváló példák (K2.2.35):

(1) A polinomok, azaz $\mathbb{Z}[x]$, $\mathbb{Q}[x]$, $\mathbb{R}[x]$, $\mathbb{C}[x]$: gyűrű.

Gyűrűk és testek

Definíció-kísérlet

Az R gyűrű, ha az összeadás kivonás, szorzás a szokásos szabályok szerint elvégezhető. A T test, ha ezen felül még minden nem nulla számmal lehet osztani. Motiváló példák (K2.2.35):

(1) A polinomok, azaz $\mathbb{Z}[x]$, $\mathbb{Q}[x]$, $\mathbb{R}[x]$, $\mathbb{C}[x]$: gyűrű.

(2) A négyzetes mátrixok, azaz $\mathbb{C}^{n\times n}$, $\mathbb{R}^{n\times n}$, $\mathbb{Q}^{n\times n}$: gyűrű.

Gyűrűk és testek

Definíció-kísérlet

Az R gyűrű, ha az összeadás kivonás, szorzás a szokásos szabályok szerint elvégezhető. A T test, ha ezen felül még minden nem nulla számmal lehet osztani. Motiváló példák (K2.2.35):

(1) A polinomok, azaz $\mathbb{Z}[x]$, $\mathbb{Q}[x]$, $\mathbb{R}[x]$, $\mathbb{C}[x]$: gyűrű.

(2) A négyzetes mátrixok, azaz $\mathbb{C}^{n\times n}$, $\mathbb{R}^{n\times n}$, $\mathbb{Q}^{n\times n}$: gyűrű.

(3) Folytonos (differenciálható) $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ függvények: gyűrű.

Gyűrűk és testek

Definíció-kísérlet

Az R gyűrű, ha az összeadás kivonás, szorzás a szokásos szabályok szerint elvégezhető. A T test, ha ezen felül még minden nem nulla számmal lehet osztani. Motiváló példák (K2.2.35):

(1) A polinomok, azaz $\mathbb{Z}[x]$, $\mathbb{Q}[x]$, $\mathbb{R}[x]$, $\mathbb{C}[x]$: gyűrű.

(2) A négyzetes mátrixok, azaz $\mathbb{C}^{n\times n}$, $\mathbb{R}^{n\times n}$, $\mathbb{Q}^{n\times n}$: gyűrű.

(3) Folytonos (differenciálható) $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ függvények: gyűrű.

(4) Az $a + bi$ alakú számok ($a, b \in \mathbb{Z}$): gyűrű.

Gyűrűk és testek

Definíció-kísérlet

Az R gyűrű, ha az összeadás kivonás, szorzás a szokásos szabályok szerint elvégezhető. A T test, ha ezen felül még minden nem nulla számmal lehet osztani. Motiváló példák (K2.2.35):

(1) A polinomok, azaz $\mathbb{Z}[x]$, $\mathbb{Q}[x]$, $\mathbb{R}[x]$, $\mathbb{C}[x]$: gyűrű.

(2) A négyzetes mátrixok, azaz $\mathbb{C}^{n\times n}$, $\mathbb{R}^{n\times n}$, $\mathbb{Q}^{n\times n}$: gyűrű.

(3) Folytonos (differenciálható) $\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ függvények: gyűrű.

(4) Az $a+bi$ alakú számok ($a, b\in\mathbb{Z}$): gyűrű.

(5) Az $a+bi$ alakú számok ($a, b\in\mathbb{Q}$): test.

Gyűrűk és testek

Definíció-kísérlet

Az R gyűrű, ha az összeadás kivonás, szorzás a szokásos szabályok szerint elvégezhető. A T test, ha ezen felül még minden nem nulla számmal lehet osztani. Motiváló példák (K2.2.35):

(1) A polinomok, azaz $\mathbb{Z}[x]$, $\mathbb{Q}[x]$, $\mathbb{R}[x]$, $\mathbb{C}[x]$: gyűrű.

(2) A négyzetes mátrixok, azaz $\mathbb{C}^{n\times n}$, $\mathbb{R}^{n\times n}$, $\mathbb{Q}^{n\times n}$: gyűrű.

(3) Folytonos (differenciálható) $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ függvények: gyűrű.

(4) Az $a + bi$ alakú számok $(a, b \in \mathbb{Z})$: gyűrű.

(5) Az $a + bi$ alakú számok $(a, b \in \mathbb{Q})$: test.

(6) Az $a + b\sqrt{2}$ alakú számok $(a, b \in \mathbb{Z})$: gyűrű.

Gyűrűk és testek

Definíció-kísérlet

Az R gyűrű, ha az összeadás kivonás, szorzás a szokásos szabályok szerint elvégezhető. A T test, ha ezen felül még minden nem nulla számmal lehet osztani. Motiváló példák (K2.2.35):

(1) A polinomok, azaz $\mathbb{Z}[x]$, $\mathbb{Q}[x]$, $\mathbb{R}[x]$, $\mathbb{C}[x]$: gyűrű.

(2) A négyzetes mátrixok, azaz $\mathbb{C}^{n\times n}$, $\mathbb{R}^{n\times n}$, $\mathbb{Q}^{n\times n}$: gyűrű.

(3) Folytonos (differenciálható) $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ függvények: gyűrű.

(4) Az $a + bi$ alakú számok $(a, b \in \mathbb{Z})$: gyűrű.

(5) Az $a + bi$ alakú számok $(a, b \in \mathbb{Q})$: test.

(6) Az $a + b\sqrt{2}$ alakú számok $(a, b \in \mathbb{Z})$: gyűrű.

(7) Az $a + b\sqrt{2}$ alakú számok $(a, b \in \mathbb{Q})$: test.

Gyűrűk és testek

Definíció-kísérlet

Az R gyűrű, ha az összeadás kivonás, szorzás a szokásos szabályok szerint elvégezhető. A T test, ha ezen felül még minden nem nulla számmal lehet osztani. Motiváló példák (K2.2.35):

(1) A polinomok, azaz $\mathbb{Z}[x]$, $\mathbb{Q}[x]$, $\mathbb{R}[x]$, $\mathbb{C}[x]$: gyűrű.

(2) A négyzetes mátrixok, azaz $\mathbb{C}^{n\times n}$, $\mathbb{R}^{n\times n}$, $\mathbb{Q}^{n\times n}$: gyűrű.

(3) Folytonos (differenciálható) $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ függvények: gyűrű.

(4) Az $a + bi$ alakú számok $(a, b \in \mathbb{Z})$: gyűrű.

(5) Az $a + bi$ alakú számok $(a, b \in \mathbb{Q})$: test.

(6) Az $a + b\sqrt{2}$ alakú számok $(a, b \in \mathbb{Z})$: gyűrű.

(7) Az $a + b\sqrt{2}$ alakú számok $(a, b \in \mathbb{Q})$: test.

(8) Páratlan nevezőjű törtek: gyűrű.

A szokásos tulajdonságok

Definiálni kell, hogy mik a „szokásos” tulajdonságok.

A szokásos tulajdonságok

Definiálni kell, hogy mik a „szokásos” tulajdonságok.

Definíció (K2.2.1)

Művelet egy R halmazon:

A szokásos tulajdonságok

Definiálni kell, hogy mik a „szokásos" tulajdonságok.

Definíció (K2.2.1)

Művelet egy R halmazon: bármely $a, b \in R$-hez $a * b \in R$.

A szokásos tulajdonságok

Definiálni kell, hogy mik a „szokásos” tulajdonságok.

Definíció (K2.2.1)

Művelet egy R halmazon: bármely $a, b \in R$-hez $a * b \in R$.
Asszociativitás: $(a * b) * c = a * (b * c)$ bármely a, b, c-re.

A szokásos tulajdonságok

Definiálni kell, hogy mik a „szokásos” tulajdonságok.

Definíció (K2.2.1)

Művelet egy R halmazon: bármely $a, b \in R$-hez $a * b \in R$.
Asszociativitás: $(a * b) * c = a * (b * c)$ bármely a, b, c-re.
(Ilyenkor a sokténVezős szorzatot is akárhogy zárójelezhetjük.)

A szokásos tulajdonságok

Definiálni kell, hogy mik a „szokásos” tulajdonságok.

Definíció (K2.2.1)

Művelet egy R halmazon: bármely $a, b \in R$-hez $a * b \in R$.
Asszociativitás: $(a * b) * c = a * (b * c)$ bármely a, b, c-re.
(Ilyenkor a soktényezős szorzatot is akárhogy zárójelezhetjük.)
Kommutativitás: $a * b = b * a$ bármely a, b-re.

A szokásos tulajdonságok

Definiálni kell, hogy mik a „szokásos” tulajdonságok.

Definíció (K2.2.1)

Művelet egy R halmazon: bármely $a, b \in R$-hez $a * b \in R$.
Asszociativitás: $(a * b) * c = a * (b * c)$ bármely a, b, c-re.
(Ilyenkor a soktényezős szorzatot is akárhogy zárójelezhetjük.)
Kommutativitás: $a * b = b * a$ bármely a, b-re.
(Ilyenkor sok tényezőt is akárhogy cserélgethetünk.)

A szokásos tulajdonságok

Definiálni kell, hogy mik a „szokásos" tulajdonságok.

Definíció (K2.2.1)

Művelet egy R halmazon: bármely $a, b \in R$-hez $a * b \in R$.
Asszociativitás: $(a * b) * c = a * (b * c)$ bármely a, b, c-re.
(Ilyenkor a soktényezős szorzatot is akárhogy zárójelezhetjük.)
Kommutativitás: $a * b = b * a$ bármely a, b-re.
(Ilyenkor sok tényezőt is akárhogy cserélgethetünk.)

Példák

A $\mathbb{C}$-beli összeadás és szorzás asszociatív és kommutatív.

A szokásos tulajdonságok

Definiálni kell, hogy mik a „szokásos” tulajdonságok.

Definíció (K2.2.1)

Művelet egy R halmazon: bármely $a, b \in R$-hez $a * b \in R$.
Asszociativitás: $(a * b) * c = a * (b * c)$ bármely a, b, c-re.
(Ilyenkor a sok tényezős szorzatot is akárhogy zárójelezhetjük.)
Kommutativitás: $a * b = b * a$ bármely a, b-re.
(Ilyenkor sok tényezőt is akárhogy cserélgethetünk.)

Példák

A $\mathbb{C}$-beli összeadás és szorzás asszociatív és kommutatív.
A $+_n$ és $*_n$ műveletek asszociatívak és kommutatívak.

A szokásos tulajdonságok

Definiálni kell, hogy mik a „szokásos” tulajdonságok.

Definíció (K2.2.1)

Művelet egy R halmazon: bármely $a, b \in R$-hez $a * b \in R$.
Asszociativitás: $(a * b) * c = a * (b * c)$ bármely a, b, c-re.
(Ilyenkor a soktényezős szorzatot is akárhogy zárójelezhetjük.)
Kommutativitás: $a * b = b * a$ bármely a, b-re.
(Ilyenkor sok tényezőt is akárhogy cserélgethetünk.)

Példák

A $\mathbb{C}$-beli összeadás és szorzás asszociatív és kommutatív.
A $+_n$ és $*_n$ műveletek asszociatívak és kommutatívak.
A halmazelméleti unió és metszet is asszociatív és kommutatív.

A szokásos tulajdonságok

Definiálni kell, hogy mik a „szokásos” tulajdonságok.

Definíció (K2.2.1)

Művelet egy R halmazon: bármely $a, b \in R$-hez $a * b \in R$.
Asszociativitás: $(a * b) * c = a * (b * c)$ bármely a, b, c-re.
(Ilyenkor a soktényezős szorzatot is akárhogy zárójelezhetjük.)
Kommutativitás: $a * b = b * a$ bármely a, b-re.
(Ilyenkor sok tényezőt is akárhogy cserélgethetünk.)

Példák

A $\mathbb{C}$-beli összeadás és szorzás asszociatív és kommutatív.
A $+_n$ és $*_n$ műveletek asszociatívak és kommutatívak.
A halmazelméleti unió és metszet is asszociatív és kommutatív.
Függvények kompozíciója

A szokásos tulajdonságok

Definiálni kell, hogy mik a „szokásos” tulajdonságok.

Definíció (K2.2.1)

Művelet egy R halmazon: bármely $a, b \in R$-hez $a * b \in R$.
Asszociativitás: $(a * b) * c = a * (b * c)$ bármely a, b, c-re.
(Ilyenkor a soktényezős szorzatot is akárhogy zárójelezhetjük.)
Kommutativitás: $a * b = b * a$ bármely a, b-re.
(Ilyenkor sok tényezőt is akárhogy cserélgethetünk.)

Példák

A $\mathbb{C}$-beli összeadás és szorzás asszociatív és kommutatív.
A $+_n$ és $*_n$ műveletek asszociatívak és kommutatívak.
A halmazelméleti unió és metszet is asszociatív és kommutatív.
Függvények kompozíciója

$$(f \circ g)(x) = f\big(g(x)\big).$$

A szokásos tulajdonságok

Definiálni kell, hogy mik a „szokásos” tulajdonságok.

Definíció (K2.2.1)

Művelet egy R halmazon: bármely $a, b \in R$-hez $a * b \in R$.
Asszociativitás: $(a * b) * c = a * (b * c)$ bármely a, b, c-re.
(Ilyenkor a soktényezős szorzatot is akárhogy zárójelezhetjük.)
Kommutativitás: $a * b = b * a$ bármely a, b-re.
(Ilyenkor sok tényezőt is akárhogy cserélgethetünk.)

Példák

A $\mathbb{C}$-beli összeadás és szorzás asszociatív és kommutatív.
A $+_n$ és $*_n$ műveletek asszociatívak és kommutatívak.
A halmazelméleti unió és metszet is asszociatív és kommutatív.
Függvények kompozíciója asszociatív,

$$(f \circ g)(x) = f\big(g(x)\big).$$

A szokásos tulajdonságok

Definiálni kell, hogy mik a „szokásos” tulajdonságok.

Definíció (K2.2.1)

Művelet egy R halmazon: bármely $a, b \in R$-hez $a * b \in R$.
Asszociativitás: $(a * b) * c = a * (b * c)$ bármely a, b, c-re.
(Ilyenkor a sokténvezős szorzatot is akárhogy zárójelezhetjük.)
Kommutativitás: $a * b = b * a$ bármely a, b-re.
(Ilyenkor sok tényezőt is akárhogy cserélgethetünk.)

Példák

A $\mathbb{C}$-beli összeadás és szorzás asszociatív és kommutatív.
A $+_n$ és $*_n$ műveletek asszociatívak és kommutatívak.
A halmazelméleti unió és metszet is asszociatív és kommutatív.
Függvények kompozíciója asszociatív, de általában nem kommutatív. $(f \circ g)(x) = f(g(x))$.

Nullelem, egységelem, ellentett, inverz

Definíció (K2.2.6)

Legyen $+$ művelet az R halmazon.

Nullelem, egységelem, ellentett, inverz

Definíció (K2.2.6)

Legyen $+$ művelet az R halmazon. A $0 \in R$ elemet nullelemnek nevezzük,

Nullelem, egységelem, ellentett, inverz

Definíció (K2.2.6)

Legyen $+$ művelet az R halmazon. A $0 \in R$ elemet **nullelemnek** nevezzük, ha minden $a \in R$ esetén $a + 0 = 0 + a = a$.

Nullelem, egységelem, ellentett, inverz

Definíció (K2.2.6)

Legyen $+$ művelet az R halmazon. A $0 \in R$ elemet nullelemnek nevezzük, ha minden $a \in R$ esetén $a + 0 = 0 + a = a$.

HF: legfeljebb egy nullelem lehet.

Nullelem, egységelem, ellentett, inverz

Definíció (K2.2.6)

Legyen $+$ művelet az R halmazon. A $0 \in R$ elemet nullelemnek nevezzük, ha minden $a \in R$ esetén $a + 0 = 0 + a = a$.

HF: legfeljebb egy nullelem lehet.

Definíció (K2.2.9)

Legyen $+$ művelet az R halmazon és $0 \in R$ nullelem.

Nullelem, egységelem, ellentett, inverz

Definíció (K2.2.6)

Legyen $+$ művelet az R halmazon. A $0 \in R$ elemet nullelemnek nevezzük, ha minden $a \in R$ esetén $a + 0 = 0 + a = a$.

HF: legfeljebb egy nullelem lehet.

Definíció (K2.2.9)

Legyen $+$ művelet az R halmazon és $0 \in R$ nullelem.
Az $a \in R$ ellentettje b,

Nullelem, egységelem, ellentett, inverz

Definíció (K2.2.6)

Legyen $+$ művelet az R halmazon. A $0 \in R$ elemet nullelemnek nevezzük, ha minden $a \in R$ esetén $a + 0 = 0 + a = a$.

HF: legfeljebb egy nullelem lehet.

Definíció (K2.2.9)

Legyen $+$ művelet az R halmazon és $0 \in R$ nullelem.
Az $a \in R$ ellentettje b, ha $a + b = b + a = 0$.

Nullelem, egységelem, ellentett, inverz

Definíció (K2.2.6)

Legyen $+$ művelet az R halmazon. A $0 \in R$ elemet nullelemnek nevezzük, ha minden $a \in R$ esetén $a + 0 = 0 + a = a$.

HF: legfeljebb egy nullelem lehet.

Definíció (K2.2.9)

Legyen $+$ művelet az R halmazon és $0 \in R$ nullelem.
Az $a \in R$ ellentettje b, ha $a + b = b + a = 0$. Jele: $b = -a$.

Nullelem, egységelem, ellentett, inverz

Definíció (K2.2.6)

Legyen $+$ művelet az R halmazon. A $0 \in R$ elemet nullelemnek nevezzük, ha minden $a \in R$ esetén $a + 0 = 0 + a = a$.

HF: legfeljebb egy nullelem lehet.

Definíció (K2.2.9)

Legyen $+$ művelet az R halmazon és $0 \in R$ nullelem.
Az $a \in R$ ellentettje b, ha $a + b = b + a = 0$. Jele: $b = -a$.

HF: Minden elemnek legfeljebb egy ellentettje van.

Nullelem, egységelem, ellentett, inverz

Definíció (K2.2.6)

Legyen $+$ művelet az R halmazon. A $0 \in R$ elemet nullelemnek nevezzük, ha minden $a \in R$ esetén $a + 0 = 0 + a = a$.

HF: legfeljebb egy nullelem lehet.

Definíció (K2.2.9)

Legyen $+$ művelet az R halmazon és $0 \in R$ nullelem.
Az $a \in R$ ellentettje b, ha $a + b = b + a = 0$. Jele: $b = -a$.

HF: Minden elemnek legfeljebb egy ellentettje van.

Az előző definíciók szorzás művelet esetén:

Nullelem, egységelem, ellentett, inverz

Definíció (K2.2.6)

Legyen $+$ művelet az R halmazon. A $0 \in R$ elemet nullelemnek nevezzük, ha minden $a \in R$ esetén $a + 0 = 0 + a = a$.

HF: legfeljebb egy nullelem lehet.

Definíció (K2.2.9)

Legyen $+$ művelet az R halmazon és $0 \in R$ nullelem.
Az $a \in R$ ellentettje b, ha $a + b = b + a = 0$. Jele: $b = -a$.

HF: Minden elemnek legfeljebb egy ellentettje van.

Az előző definíciók szorzás művelet esetén:

Jelölje R-en a műveletet egymás mellé írás. Ekkor:

Nullelem, egységelem, ellentett, inverz

Definíció (K2.2.6)

Legyen $+$ művelet az R halmazon. A $0 \in R$ elemet nullelemnek nevezzük, ha minden $a \in R$ esetén $a + 0 = 0 + a = a$.

HF: legfeljebb egy nullelem lehet.

Definíció (K2.2.9)

Legyen $+$ művelet az R halmazon és $0 \in R$ nullelem.
Az $a \in R$ ellentettje b, ha $a + b = b + a = 0$. Jele: $b = -a$.

HF: Minden elemnek legfeljebb egy ellentettje van.

Az előző definíciók szorzás művelet esetén:

Jelölje R-en a műveletet egymás mellé írás. Ekkor:
Az $1 \in R$ egységelem,

Nullelem, egységelem, ellentett, inverz

Definíció (K2.2.6)

Legyen $+$ művelet az R halmazon. A $0 \in R$ elemet nullelemnek nevezzük, ha minden $a \in R$ esetén $a + 0 = 0 + a = a$.

HF: legfeljebb egy nullelem lehet.

Definíció (K2.2.9)

Legyen $+$ művelet az R halmazon és $0 \in R$ nullelem.
Az $a \in R$ ellentettje b, ha $a + b = b + a = 0$. Jele: $b = -a$.

HF: Minden elemnek legfeljebb egy ellentettje van.

Az előző definíciók szorzás művelet esetén:

Jelölje R-en a műveletet egymás mellé írás. Ekkor:
Az $1 \in R$ egységelem, ha $1a = a1 = a$ minden $a \in R$-re.

Nullelem, egységelem, ellentett, inverz

Definíció (K2.2.6)

Legyen $+$ művelet az R halmazon. A $0 \in R$ elemet nullelemnek nevezzük, ha minden $a \in R$ esetén $a + 0 = 0 + a = a$.

HF: legfeljebb egy nullelem lehet.

Definíció (K2.2.9)

Legyen $+$ művelet az R halmazon és $0 \in R$ nullelem.
Az $a \in R$ ellentettje b, ha $a + b = b + a = 0$. Jele: $b = -a$.

HF: Minden elemnek legfeljebb egy ellentettje van.

Az előző definíciók szorzás művelet esetén:

Jelölje R-en a műveletet egymás mellé írás. Ekkor:
Az $1 \in R$ egységelem, ha $1a = a1 = a$ minden $a \in R$-re.
Az $a \in R$ inverze b,

Nullelem, egységelem, ellentett, inverz

Definíció (K2.2.6)

Legyen $+$ művelet az R halmazon. A $0 \in R$ elemet nullelemnek nevezzük, ha minden $a \in R$ esetén $a + 0 = 0 + a = a$.

HF: legfeljebb egy nullelem lehet.

Definíció (K2.2.9)

Legyen $+$ művelet az R halmazon és $0 \in R$ nullelem.
Az $a \in R$ ellentettje b, ha $a + b = b + a = 0$. Jele: $b = -a$.

HF: Minden elemnek legfeljebb egy ellentettje van.

Az előző definíciók szorzás művelet esetén:

Jelölje R-en a műveletet egymás mellé írás. Ekkor:
Az $1 \in R$ egységelem, ha $1a = a1 = a$ minden $a \in R$-re.
Az $a \in R$ inverze b, ha $ab = ba = 1$.

Nullelem, egységelem, ellentett, inverz

Definíció (K2.2.6)

Legyen $+$ művelet az R halmazon. A $0 \in R$ elemet nullelemnek nevezzük, ha minden $a \in R$ esetén $a + 0 = 0 + a = a$.

HF: legfeljebb egy nullelem lehet.

Definíció (K2.2.9)

Legyen $+$ művelet az R halmazon és $0 \in R$ nullelem.
Az $a \in R$ ellentettje b, ha $a + b = b + a = 0$. Jele: $b = -a$.

HF: Minden elemnek legfeljebb egy ellentettje van.

Az előző definíciók szorzás művelet esetén:

Jelölje R-en a műveletet egymás mellé írás. Ekkor:
Az $1 \in R$ egységelem, ha $1a = a1 = a$ minden $a \in R$-re.
Az $a \in R$ inverze b, ha $ab = ba = 1$. Jele: $b = a^{-1}$.

A csoport definíciója

Az G csoport a $*$ műveletre (K2.2.13), ha

A csoport definíciója

Az G csoport a $*$ műveletre (K2.2.13), ha

(1) $*$ asszociatív;

(2) van $*$-ra nézve egy 1 egységelem;

A csoport definíciója

Az G csoport a $*$ műveletre (K2.2.13), ha

(1) $*$ asszociatív;

(2) van $*$-ra nézve egy 1 egységelem;

(3) minden elemnek van inverze.

A csoport definíciója

Az G csoport a $*$ műveletre (K2.2.13), ha

(1) $*$ asszociatív;

(2) van $*$-ra nézve egy 1 egységelem;

(3) minden elemnek van inverze.

Kommutatív csoport: a $*$ kommutatív.

A csoport definíciója

Az G csoport a $*$ műveletre (K2.2.13), ha

(1) $*$ asszociatív;

(2) van $*$-ra nézve egy 1 egységelem;

(3) minden elemnek van inverze.

Kommutatív csoport: a $*$ kommutatív.

$\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$, $\mathbb{C}[x]$, $\mathbb{R}^{n\times m}$ kommutatív csoport az összeadásra.

A csoport definíciója

Az G csoport a $*$ műveletre (K2.2.13), ha

(1) $*$ asszociatív;

(2) van $*$-ra nézve egy 1 egységelem;

(3) minden elemnek van inverze.

Kommutatív csoport: a $*$ kommutatív.

$\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$, $\mathbb{C}[x]$, $\mathbb{R}^{n\times m}$ kommutatív csoport az összeadásra.
$\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$-ből a 0-t kihagyva kommutatív csoport a szorzásra.

A csoport definíciója

Az G csoport a $*$ műveletre (K2.2.13), ha

(1) $*$ asszociatív;

(2) van $*$-ra nézve egy 1 egységelem;

(3) minden elemnek van inverze.

Kommutatív csoport: a $*$ kommutatív.

$\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$, $\mathbb{C}[x]$, $\mathbb{R}^{n\times m}$ kommutatív csoport az összeadásra.
$\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$-ből a 0-t kihagyva kommutatív csoport a szorzásra.
Az n-edik egységgyökök kommutatív csoport a szorzásra.

A csoport definíciója

Az G csoport a $*$ műveletre (K2.2.13), ha

(1) $*$ asszociatív;

(2) van $*$-ra nézve egy 1 egységelem;

(3) minden elemnek van inverze.

Kommutatív csoport: a $*$ kommutatív.

$\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$, $\mathbb{C}[x]$, $\mathbb{R}^{n\times m}$ kommutatív csoport az összeadásra.
$\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$-ből a 0-t kihagyva kommutatív csoport a szorzásra.
Az n-edik egységgyökök kommutatív csoport a szorzásra.
Az S_n permutációi nemkommutatív csoport a kompozícióra ($n \geq 2$).

A csoport definíciója

Az G csoport a $*$ műveletre (K2.2.13), ha

(1) $*$ asszociatív;

(2) van $*$-ra nézve egy 1 egységelem;

(3) minden elemnek van inverze.

Kommutatív csoport: a $*$ kommutatív.

$\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$, $\mathbb{C}[x]$, $\mathbb{R}^{n\times m}$ kommutatív csoport az összeadásra.
$\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$-ből a 0-t kihagyva kommutatív csoport a szorzásra.
Az n-edik egységgyökök kommutatív csoport a szorzásra.
Az S_n permutációi nemkommutatív csoport a kompozícióra ($n \geq 2$).
Az $\mathbb{R}^{n\times n}$ invertálható mátrixai nemkommutatív csoport a szorzásra.

A csoport definíciója

Az G csoport a $*$ műveletre (K2.2.13), ha

(1) $*$ asszociatív;

(2) van $*$-ra nézve egy 1 egységelem;

(3) minden elemnek van inverze.

Kommutatív csoport: a $*$ kommutatív.

$\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$, $\mathbb{C}[x]$, $\mathbb{R}^{n\times m}$ kommutatív csoport az összeadásra.
$\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$-ből a 0-t kihagyva kommutatív csoport a szorzásra.
Az n-edik egységgyökök kommutatív csoport a szorzásra.
Az S_n permutációi nemkommutatív csoport a kompozícióra ($n \geq 2$).
Az $\mathbb{R}^{n\times n}$ invertálható mátrixai nemkommutatív csoport a szorzásra.
$\mathbb{Z}_5$ elemei kommutatív csoport a mod 5 összeadásra.

A csoport definíciója

Az G csoport a $*$ műveletre (K2.2.13), ha

(1) $*$ asszociatív;

(2) van $*$-ra nézve egy 1 egységelem;

(3) minden elemnek van inverze.

Kommutatív csoport: a $*$ kommutatív.

$\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$, $\mathbb{C}[x]$, $\mathbb{R}^{n\times m}$ kommutatív csoport az összeadásra.
$\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$-ből a 0-t kihagyva kommutatív csoport a szorzásra.
Az n-edik egységgyökök kommutatív csoport a szorzásra.
Az S_n permutációi nemkommutatív csoport a kompozícióra ($n \geq 2$).
Az $\mathbb{R}^{n\times n}$ invertálható mátrixai nemkommutatív csoport a szorzásra.
$\mathbb{Z}_5$ elemei kommutatív csoport a mod 5 összeadásra.
$\mathbb{Z}_5$ nem nulla elemei kommutatív csoport a mod 5 szorzásra.

A gyűrű és test definíciója

Az R gyűrű (K2.2.21),

A gyűrű és test definíciója

Az R gyűrű (K2.2.21), ha értelmezett az összeadás $+$-szal,

A gyűrű és test definíciója

Az R gyűrű (K2.2.21), ha értelmezett az összeadás $+$-szal, és a szorzás egymás mellé írással jelölt művelete úgy, hogy

A gyűrű és test definíciója

Az R **gyűrű** (K2.2.21), ha értelmezett az összeadás $+$-szal, és a szorzás egymás mellé írással jelölt művelete úgy, hogy

(1) Az összeadás asszociatív.

A gyűrű és test definíciója

Az R gyűrű (K2.2.21), ha értelmezett az összeadás $+$-szal, és a szorzás egymás mellé írással jelölt művelete úgy, hogy

(1) Az összeadás asszociatív.

(2) Az összeadás kommutatív.

A gyűrű és test definíciója

Az R **gyűrű** (K2.2.21), ha értelmezett az összeadás $+$-szal, és a szorzás egymás mellé írással jelölt művelete úgy, hogy

(1) Az összeadás asszociatív.

(2) Az összeadás kommutatív.

(3) Van az összeadásra nézve egy 0 nullelem.

A gyűrű és test definíciója

Az R **gyűrű** (K2.2.21), ha értelmezett az összeadás $+$-szal, és a szorzás egymás mellé írással jelölt művelete úgy, hogy

(1) Az összeadás asszociatív.

(2) Az összeadás kommutatív.

(3) Van az összeadásra nézve egy 0 nullelem.

(4) Minden elemnek van ellentettje.

A gyűrű és test definíciója

Az R **gyűrű** (K2.2.21), ha értelmezett az összeadás $+$-szal, és a szorzás egymás mellé írással jelölt művelete úgy, hogy

(1) Az összeadás asszociatív.

(2) Az összeadás kommutatív.

(3) Van az összeadásra nézve egy 0 nullelem.

(4) Minden elemnek van ellentettje.

(5) A szorzás asszociatív.

A gyűrű és test definíciója

Az R gyűrű (K2.2.21), ha értelmezett az összeadás $+$-szal, és a szorzás egymás mellé írással jelölt művelete úgy, hogy

(1) Az összeadás asszociatív.

(2) Az összeadás kommutatív.

(3) Van az összeadásra nézve egy 0 nullelem.

(4) Minden elemnek van ellentettje.

(5) A szorzás asszociatív.

(6) Tetszőleges $x, y, z \in R$ esetén igaz a disztributivitás:

A gyűrű és test definíciója

Az R gyűrű (K2.2.21), ha értelmezett az összeadás $+$-szal, és a szorzás egymás mellé írással jelölt művelete úgy, hogy

(1) Az összeadás asszociatív.

(2) Az összeadás kommutatív.

(3) Van az összeadásra nézve egy 0 nullelem.

(4) Minden elemnek van ellentettje.

(5) A szorzás asszociatív.

(6) Tetszőleges $x, y, z \in R$ esetén igaz a disztributivitás: $(x + y)z = xz + yz$

A gyűrű és test definíciója

Az R gyűrű (K2.2.21), ha értelmezett az összeadás $+$-szal, és a szorzás egymás mellé írással jelölt művelete úgy, hogy

(1) Az összeadás asszociatív.

(2) Az összeadás kommutatív.

(3) Van az összeadásra nézve egy 0 nullelem.

(4) Minden elemnek van ellentettje.

(5) A szorzás asszociatív.

(6) Tetszőleges $x, y, z \in R$ esetén igaz a disztributivitás: $(x + y)z = xz + yz$ és $z(x + y) = zx + zy$.

A gyűrű és test definíciója

Az R gyűrű (K2.2.21), ha értelmezett az összeadás $+$-szal, és a szorzás egymás mellé írással jelölt művelete úgy, hogy

(1) Az összeadás asszociatív.

(2) Az összeadás kommutatív.

(3) Van az összeadásra nézve egy 0 nullelem.

(4) Minden elemnek van ellentettje.

(5) A szorzás asszociatív.

(6) Tetszőleges $x, y, z \in R$ esetén igaz a disztributivitás: $(x+y)z = xz + yz$ és $z(x+y) = zx + zy$.

Kommutatív gyűrű: a szorzás kommutatív.

A gyűrű és test definíciója

Az R gyűrű (K2.2.21), ha értelmezett az összeadás $+$-szal, és a szorzás egymás mellé írással jelölt művelete úgy, hogy

(1) Az összeadás asszociatív.

(2) Az összeadás kommutatív.

(3) Van az összeadásra nézve egy 0 nullelem.

(4) Minden elemnek van ellentettje.

(5) A szorzás asszociatív.

(6) Tetszőleges $x, y, z \in R$ esetén igaz a disztributivitás: $(x+y)z = xz + yz$ és $z(x+y) = zx + zy$.

Kommutatív gyűrű: a szorzás kommutatív.
Egységelemes gyűrű: a szorzásra nézve van egységelem (jele 1).

A gyűrű és test definíciója

Az R gyűrű (K2.2.21), ha értelmezett az összeadás $+$-szal, és a szorzás egymás mellé írással jelölt művelete úgy, hogy

(1) Az összeadás asszociatív.

(2) Az összeadás kommutatív.

(3) Van az összeadásra nézve egy 0 nullelem.

(4) Minden elemnek van ellentettje.

(5) A szorzás asszociatív.

(6) Tetszőleges $x, y, z \in R$ esetén igaz a disztributivitás: $(x + y)z = xz + yz$ és $z(x + y) = zx + zy$.

Kommutatív gyűrű: a szorzás kommutatív.
Egységelemes gyűrű: a szorzásra nézve van egységelem (jele 1).
Test: egységelemes, kommutatív gyűrű, amelyben minden nem nulla elemnek van (a szorzásra) inverze (K2.2.23).

Elemi számolási szabályok

Állítás (K2.2.22, K2.2.10)

Legyen R gyűrű és $a, b \in R$ tetszőleges elemek.

Elemi számolási szabályok

Állítás (K2.2.22, K2.2.10)

Legyen R gyűrű és $a, b \in R$ tetszőleges elemek.

(1) $0a = a0 = 0$.

Elemi számolási szabályok

Állítás (K2.2.22, K2.2.10)

Legyen R gyűrű és $a, b \in R$ tetszőleges elemek.

(1) $0a = a0 = 0$.

(2) $(-a)b = a(-b) = -(ab)$.

Elemi számolási szabályok

Állítás (K2.2.22, K2.2.10)

Legyen R gyűrű és $a, b \in R$ tetszőleges elemek.

(1) $0a = a0 = 0$.

(2) $(-a)b = a(-b) = -(ab)$.

(3) Ha a és b invertálható, akkor ab is,

Elemi számolási szabályok

Állítás (K2.2.22, K2.2.10)

Legyen R gyűrű és $a, b \in R$ tetszőleges elemek.

(1) $0a = a0 = 0$.

(2) $(-a)b = a(-b) = -(ab)$.

(3) Ha a és b invertálható, akkor ab is, és inverze $b^{-1}a^{-1}$.

Elemi számolási szabályok

Állítás (K2.2.22, K2.2.10)

Legyen R gyűrű és $a, b \in R$ tetszőleges elemek.

(1) $0a = a0 = 0$.

(2) $(-a)b = a(-b) = -(ab)$.

(3) Ha a és b invertálható, akkor ab is, és inverze $b^{-1}a^{-1}$.

Mintabizonyítás

Elemi számolási szabályok

Állítás (K2.2.22, K2.2.10)

Legyen R gyűrű és $a, b \in R$ tetszőleges elemek.

(1) $0a = a0 = 0$.

(2) $(-a)b = a(-b) = -(ab)$.

(3) Ha a és b invertálható, akkor ab is, és inverze $b^{-1}a^{-1}$.

Mintabizonyítás

(1) A disztributivitás miatt $a(0+0) = a0 + a0$.

Elemi számolási szabályok

Állítás (K2.2.22, K2.2.10)

Legyen R gyűrű és $a, b \in R$ tetszőleges elemek.

(1) $0a = a0 = 0$.

(2) $(-a)b = a(-b) = -(ab)$.

(3) Ha a és b invertálható, akkor ab is, és inverze $b^{-1}a^{-1}$.

Mintabizonyítás

(1) A disztributivitás miatt $a0 = a(0 + 0) = a0 + a0$.

Elemi számolási szabályok

Állítás (K2.2.22, K2.2.10)

Legyen R gyűrű és $a, b \in R$ tetszőleges elemek.

(1) $0a = a0 = 0$.

(2) $(-a)b = a(-b) = -(ab)$.

(3) Ha a és b invertálható, akkor ab is, és inverze $b^{-1}a^{-1}$.

Mintabizonyítás

(1) A disztributivitás miatt $a0 = a(0+0) = a0 + a0$.
Mindkét oldalhoz adjuk hozzá $a0$ ellentettjét.

Elemi számolási szabályok

Állítás (K2.2.22, K2.2.10)

Legyen R gyűrű és $a, b \in R$ tetszőleges elemek.

(1) $0a = a0 = 0$.

(2) $(-a)b = a(-b) = -(ab)$.

(3) Ha a és b invertálható, akkor ab is, és inverze $b^{-1}a^{-1}$.

Mintabizonyítás

(1) A disztributivitás miatt $a0 = a(0+0) = a0 + a0$.
Mindkét oldalhoz adjuk hozzá $a0$ ellentettjét.
$0 = (a0 + a0) + (-a0)$

Elemi számolási szabályok

Állítás (K2.2.22, K2.2.10)

Legyen R gyűrű és $a, b \in R$ tetszőleges elemek.

(1) $0a = a0 = 0$.

(2) $(-a)b = a(-b) = -(ab)$.

(3) Ha a és b invertálható, akkor ab is, és inverze $b^{-1}a^{-1}$.

Mintabizonyítás

(1) A disztributivitás miatt $a0 = a(0+0) = a0 + a0$.
Mindkét oldalhoz adjuk hozzá $a0$ ellentettjét.
$0 = (a0 + a0) + (-a0) = a0 + \big(a0 + (-a0)\big)$

asszociativitás

Elemi számolási szabályok

Állítás (K2.2.22, K2.2.10)

Legyen R gyűrű és $a, b \in R$ tetszőleges elemek.

(1) $0a = a0 = 0$.

(2) $(-a)b = a(-b) = -(ab)$.

(3) Ha a és b invertálható, akkor ab is, és inverze $b^{-1}a^{-1}$.

Mintabizonyítás

(1) A disztributivitás miatt $a0 = a(0+0) = a0 + a0$.
Mindkét oldalhoz adjuk hozzá $a0$ ellentettjét.
$0 = (a0 + a0) + (-a0) = a0 + \big(a0 + (-a0)\big) = a0 + 0$

ellentett definíciója

Elemi számolási szabályok

Állítás (K2.2.22, K2.2.10)

Legyen R gyűrű és $a, b \in R$ tetszőleges elemek.

(1) $0a = a0 = 0$.

(2) $(-a)b = a(-b) = -(ab)$.

(3) Ha a és b invertálható, akkor ab is, és inverze $b^{-1}a^{-1}$.

Mintabizonyítás

(1) A disztributivitás miatt $a0 = a(0+0) = a0 + a0$.
Mindkét oldalhoz adjuk hozzá $a0$ ellentettjét.
$0 = (a0 + a0) + (-a0) = a0 + \big(a0 + (-a0)\big) = a0 + 0 = a0$.

nullelem definíciója

Elemi számolási szabályok

Állítás (K2.2.22, K2.2.10)

Legyen R gyűrű és $a, b \in R$ tetszőleges elemek.

(1) $0a = a0 = 0$.

(2) $(-a)b = a(-b) = -(ab)$.

(3) Ha a és b invertálható, akkor ab is, és inverze $b^{-1}a^{-1}$.

Mintabizonyítás

(1) A disztributivitás miatt $a0 = a(0+0) = a0 + a0$.
Mindkét oldalhoz adjuk hozzá $a0$ ellentettjét.
$0 = (a0 + a0) + (-a0) = a0 + \big(a0 + (-a0)\big) = a0 + 0 = a0$.

(3) $b^{-1}a^{-1}(ab) = b^{-1}1b$

Elemi számolási szabályok

Állítás (K2.2.22, K2.2.10)

Legyen R gyűrű és $a, b \in R$ tetszőleges elemek.

(1) $0a = a0 = 0$.

(2) $(-a)b = a(-b) = -(ab)$.

(3) Ha a és b invertálható, akkor ab is, és inverze $b^{-1}a^{-1}$.

Mintabizonyítás

(1) A disztributivitás miatt $a0 = a(0+0) = a0 + a0$.
Mindkét oldalhoz adjuk hozzá $a0$ ellentettjét.
$0 = (a0 + a0) + (-a0) = a0 + \big(a0 + (-a0)\big) = a0 + 0 = a0$.

(3) $b^{-1}a^{-1}(ab) = b^{-1}1b = 1$.

Elemi számolási szabályok

Állítás (K2.2.22, K2.2.10)

Legyen R gyűrű és $a, b \in R$ tetszőleges elemek.

(1) $0a = a0 = 0$.

(2) $(-a)b = a(-b) = -(ab)$.

(3) Ha a és b invertálható, akkor ab is, és inverze $b^{-1}a^{-1}$.

Mintabizonyítás

(1) A disztributivitás miatt $a0 = a(0+0) = a0 + a0$.
Mindkét oldalhoz adjuk hozzá $a0$ ellentettjét.
$0 = (a0 + a0) + (-a0) = a0 + \big(a0 + (-a0)\big) = a0 + 0 = a0$.

(3) $b^{-1}a^{-1}(ab) = b^{-1}1b = 1$. Hasonlóan $(ab)b^{-1}a^{-1} = 1$.

Elemi számolási szabályok

Állítás (K2.2.22, K2.2.10)

Legyen R gyűrű és $a, b \in R$ tetszőleges elemek.

(1) $0a = a0 = 0$.

(2) $(-a)b = a(-b) = -(ab)$.

(3) Ha a és b invertálható, akkor ab is, és inverze $b^{-1}a^{-1}$.

Mintabizonyítás

(1) A disztributivitás miatt $a0 = a(0+0) = a0 + a0$.
Mindkét oldalhoz adjuk hozzá $a0$ ellentettjét.
$0 = (a0 + a0) + (-a0) = a0 + \big(a0 + (-a0)\big) = a0 + 0 = a0$.

(3) $b^{-1}a^{-1}(ab) = b^{-1}1b = 1$. Hasonlóan $(ab)b^{-1}a^{-1} = 1$.

Példa: szorzatmátrix inverze.

Nullosztómentesség

Minden R gyűrű kommutatív csoport az összeadásra.

Nullosztómentesség

Minden R gyűrű kommutatív csoport az összeadásra. Ez R additív csoportja, jele R^+.

Nullosztómentesség

Minden R gyűrű kommutatív csoport az összeadásra. Ez R additív csoportja, jele R^+. Ha R egységelemes, akkor az invertálható elemei csoport a szorzásra.

Nullosztómentesség

Minden R gyűrű kommutatív csoport az összeadásra. Ez R additív csoportja, jele R^+. Ha R egységelemes, akkor az invertálható elemei csoport a szorzásra. Ez R multiplikatív csoportja, jele $R^\times$.

Nullosztómentesség

Minden R gyűrű kommutatív csoport az összeadásra. Ez R additív csoportja, jele R^+. Ha R egységelemes, akkor az invertálható elemei csoport a szorzásra. Ez R multiplikatív csoportja, jele $R^\times$. Így minden test nem nulla elemei kommutatív csoport a szorzásra.

Nullosztómentesség

Minden R gyűrű kommutatív csoport az összeadásra. Ez R additív csoportja, jele R^+. Ha R egységelemes, akkor az invertálható elemei csoport a szorzásra. Ez R multiplikatív csoportja, jele $R^\times$. Így minden test nem nulla elemei kommutatív csoport a szorzásra.

Definíció (K2.2.27)

Az R gyűrű nullosztómentes, ha egy szorzat csak akkor nulla,

Nullosztómentesség

Minden R gyűrű kommutatív csoport az összeadásra. Ez R additív csoportja, jele R^+. Ha R egységelemes, akkor az invertálható elemei csoport a szorzásra. Ez R multiplikatív csoportja, jele $R^\times$. Így minden test nem nulla elemei kommutatív csoport a szorzásra.

Definíció (K2.2.27)

Az R gyűrű nullosztómentes, ha egy szorzat csak akkor nulla, ha valamelyik tényezője nulla:

Nullosztómentesség

Minden R gyűrű kommutatív csoport az összeadásra. Ez R additív csoportja, jele R^+. Ha R egységelemes, akkor az invertálható elemei csoport a szorzásra. Ez R multiplikatív csoportja, jele $R^\times$. Így minden test nem nulla elemei kommutatív csoport a szorzásra.

Definíció (K2.2.27)

Az R gyűrű nullosztómentes, ha egy szorzat csak akkor nulla, ha valamelyik tényezője nulla: $ab = 0 \implies a = 0$ vagy $b = 0$.

Nullosztómentesség

Minden R gyűrű kommutatív csoport az összeadásra. Ez R additív csoportja, jele R^+. Ha R egységelemes, akkor az invertálható elemei csoport a szorzásra. Ez R multiplikatív csoportja, jele $R^\times$. Így minden test nem nulla elemei kommutatív csoport a szorzásra.

Definíció (K2.2.27)

Az R gyűrű nullosztómentes, ha egy szorzat csak akkor nulla, ha valamelyik tényezője nulla: $ab = 0 \implies a = 0$ vagy $b = 0$.
Szokásos gyűrű:

Nullosztómentesség

Minden R gyűrű kommutatív csoport az összeadásra. Ez R additív csoportja, jele R^+. Ha R egységelemes, akkor az invertálható elemei csoport a szorzásra. Ez R multiplikatív csoportja, jele $R^\times$. Így minden test nem nulla elemei kommutatív csoport a szorzásra.

Definíció (K2.2.27)

Az R gyűrű nullosztómentes, ha egy szorzat csak akkor nulla, ha valamelyik tényezője nulla: $ab = 0 \implies a = 0$ vagy $b = 0$.
Szokásos gyűrű: kommutatív,

Nullosztómentesség

Minden R gyűrű kommutatív csoport az összeadásra. Ez R additív csoportja, jele R^+. Ha R egységelemes, akkor az invertálható elemei csoport a szorzásra. Ez R multiplikatív csoportja, jele $R^\times$. Így minden test nem nulla elemei kommutatív csoport a szorzásra.

Definíció (K2.2.27)

Az R gyűrű nullosztómentes, ha egy szorzat csak akkor nulla, ha valamelyik tényezője nulla: $ab = 0 \implies a = 0$ vagy $b = 0$.
Szokásos gyűrű: kommutatív, egységelemes,

Nullosztómentesség

Minden R gyűrű kommutatív csoport az összeadásra. Ez R additív csoportja, jele R^+. Ha R egységelemes, akkor az invertálható elemei csoport a szorzásra. Ez R multiplikatív csoportja, jele $R^\times$. Így minden test nem nulla elemei kommutatív csoport a szorzásra.

Definíció (K2.2.27)

Az R gyűrű nullosztómentes, ha egy szorzat csak akkor nulla, ha valamelyik tényezője nulla: $ab = 0 \implies a = 0$ vagy $b = 0$.
Szokásos gyűrű: kommutatív, egységelemes, nullosztómentes.

Nullosztómentesség

Minden R gyűrű kommutatív csoport az összeadásra. Ez R additív csoportja, jele R^+. Ha R egységelemes, akkor az invertálható elemei csoport a szorzásra. Ez R multiplikatív csoportja, jele $R^\times$. Így minden test nem nulla elemei kommutatív csoport a szorzásra.

Definíció (K2.2.27)

Az R gyűrű nullosztómentes, ha egy szorzat csak akkor nulla, ha valamelyik tényezője nulla: $ab = 0 \implies a = 0$ vagy $b = 0$.
Szokásos gyűrű: kommutatív, egységelemes, nullosztómentes.

A $\mathbb{Z}_6$ nem nullosztómentes:

Nullosztómentesség

Minden R gyűrű kommutatív csoport az összeadásra. Ez R additív csoportja, jele R^+. Ha R egységelemes, akkor az invertálható elemei csoport a szorzásra. Ez R multiplikatív csoportja, jele $R^\times$. Így minden test nem nulla elemei kommutatív csoport a szorzásra.

Definíció (K2.2.27)

Az R gyűrű nullosztómentes, ha egy szorzat csak akkor nulla, ha valamelyik tényezője nulla: $ab = 0 \implies a = 0$ vagy $b = 0$. Szokásos gyűrű: kommutatív, egységelemes, nullosztómentes.

A $\mathbb{Z}_6$ nem nullosztómentes: $2 *_6 3 = 0$,

Nullosztómentesség

Minden R gyűrű kommutatív csoport az összeadásra. Ez R additív csoportja, jele R^+. Ha R egységelemes, akkor az invertálható elemei csoport a szorzásra. Ez R multiplikatív csoportja, jele $R^\times$. Így minden test nem nulla elemei kommutatív csoport a szorzásra.

Definíció (K2.2.27)

Az R gyűrű nullosztómentes, ha egy szorzat csak akkor nulla, ha valamelyik tényezője nulla: $ab = 0 \implies a = 0$ vagy $b = 0$.
Szokásos gyűrű: kommutatív, egységelemes, nullosztómentes.

A $\mathbb{Z}_6$ nem nullosztómentes: $2 *_6 3 = 0$, de $2 \neq 0$ és $3 \neq 0$.

Nullosztómentesség

Minden R gyűrű kommutatív csoport az összeadásra. Ez R additív csoportja, jele R^{+}. Ha R egységelemes, akkor az invertálható elemei csoport a szorzásra. Ez R multiplikatív csoportja, jele $R^{\times}$. Így minden test nem nulla elemei kommutatív csoport a szorzásra.

Definíció (K2.2.27)

Az R gyűrű nullosztómentes, ha egy szorzat csak akkor nulla, ha valamelyik tényezője nulla: $ab = 0 \implies a = 0$ vagy $b = 0$.
Szokásos gyűrű: kommutatív, egységelemes, nullosztómentes.

A $\mathbb{Z}_6$ nem nullosztómentes: $2 *_6 3 = 0$, de $2 \neq 0$ és $3 \neq 0$.
A $\mathbb{Z}_5$ test,

Nullosztómentesség

Minden R gyűrű kommutatív csoport az összeadásra. Ez R additív csoportja, jele R^+. Ha R egységelemes, akkor az invertálható elemei csoport a szorzásra. Ez R multiplikatív csoportja, jele $R^\times$. Így minden test nem nulla elemei kommutatív csoport a szorzásra.

Definíció (K2.2.27)

Az R gyűrű nullosztómentes, ha egy szorzat csak akkor nulla, ha valamelyik tényezője nulla: $ab = 0 \implies a = 0$ vagy $b = 0$.
Szokásos gyűrű: kommutatív, egységelemes, nullosztómentes.

A $\mathbb{Z}_6$ nem nullosztómentes: $2 *_6 3 = 0$, de $2 \neq 0$ és $3 \neq 0$.
A $\mathbb{Z}_5$ test, például a „2-ben a 3” osztás eredménye

Nullosztómentesség

Minden R gyűrű kommutatív csoport az összeadásra. Ez R additív csoportja, jele R^+. Ha R egységelemes, akkor az invertálható elemei csoport a szorzásra. Ez R multiplikatív csoportja, jele $R^\times$. Így minden test nem nulla elemei kommutatív csoport a szorzásra.

Definíció (K2.2.27)

Az R gyűrű nullosztómentes, ha egy szorzat csak akkor nulla, ha valamelyik tényezője nulla: $ab = 0 \implies a = 0$ vagy $b = 0$.
Szokásos gyűrű: kommutatív, egységelemes, nullosztómentes.

A $\mathbb{Z}_6$ nem nullosztómentes: $2 *_6 3 = 0$, de $2 \neq 0$ és $3 \neq 0$.
A $\mathbb{Z}_5$ test, például a „2-ben a 3" osztás eredménye 4,

Nullosztómentesség

Minden R gyűrű kommutatív csoport az összeadásra. Ez R additív csoportja, jele R^+. Ha R egységelemes, akkor az invertálható elemei csoport a szorzásra. Ez R multiplikatív csoportja, jele $R^\times$. Így minden test nem nulla elemei kommutatív csoport a szorzásra.

Definíció (K2.2.27)

Az R gyűrű nullosztómentes, ha egy szorzat csak akkor nulla, ha valamelyik tényezője nulla: $ab = 0 \implies a = 0$ vagy $b = 0$.
Szokásos gyűrű: kommutatív, egységelemes, nullosztómentes.

A $\mathbb{Z}_6$ nem nullosztómentes: $2 *_6 3 = 0$, de $2 \neq 0$ és $3 \neq 0$.
A $\mathbb{Z}_5$ test, például a „2-ben a 3” osztás eredménye 4, mert $3 *_5 4 = 2$.

Nullosztómentesség

Minden R gyűrű kommutatív csoport az összeadásra. Ez R additív csoportja, jele R^+. Ha R egységelemes, akkor az invertálható elemei csoport a szorzásra. Ez R multiplikatív csoportja, jele $R^\times$. Így minden test nem nulla elemei kommutatív csoport a szorzásra.

Definíció (K2.2.27)

Az R gyűrű nullosztómentes, ha egy szorzat csak akkor nulla, ha valamelyik tényezője nulla: $ab = 0 \implies a = 0$ vagy $b = 0$.
Szokásos gyűrű: kommutatív, egységelemes, nullosztómentes.

A $\mathbb{Z}_6$ nem nullosztómentes: $2 *_6 3 = 0$, de $2 \neq 0$ és $3 \neq 0$.
A $\mathbb{Z}_5$ test, például a „2-ben a 3” osztás eredménye 4, mert $3 *_5 4 = 2$. A 3 inverze 2,

Nullosztómentesség

Minden R gyűrű kommutatív csoport az összeadásra. Ez R additív csoportja, jele R^+. Ha R egységelemes, akkor az invertálható elemei csoport a szorzásra. Ez R multiplikatív csoportja, jele $R^\times$. Így minden test nem nulla elemei kommutatív csoport a szorzásra.

Definíció (K2.2.27)

Az R gyűrű nullosztómentes, ha egy szorzat csak akkor nulla, ha valamelyik tényezője nulla: $ab = 0 \implies a = 0$ vagy $b = 0$.
Szokásos gyűrű: kommutatív, egységelemes, nullosztómentes.

A $\mathbb{Z}_6$ nem nullosztómentes: $2 *_6 3 = 0$, de $2 \neq 0$ és $3 \neq 0$.
A $\mathbb{Z}_5$ test, például a „2-ben a 3” osztás eredménye 4, mert $3 *_5 4 = 2$. A 3 inverze 2, mert $3 *_5 2 = 1$.

Nullosztómentesség

Minden R gyűrű kommutatív csoport az összeadásra. Ez R additív csoportja, jele R^+. Ha R egységelemes, akkor az invertálható elemei csoport a szorzásra. Ez R multiplikatív csoportja, jele $R^\times$. Így minden test nem nulla elemei kommutatív csoport a szorzásra.

Definíció (K2.2.27)

Az R gyűrű nullosztómentes, ha egy szorzat csak akkor nulla, ha valamelyik tényezője nulla: $ab = 0 \implies a = 0$ vagy $b = 0$.
Szokásos gyűrű: kommutatív, egységelemes, nullosztómentes.

A $\mathbb{Z}_6$ nem nullosztómentes: $2 *_6 3 = 0$, de $2 \neq 0$ és $3 \neq 0$.
A $\mathbb{Z}_5$ test, például a „2-ben a 3” osztás eredménye 4, mert $3 *_5 4 = 2$. A 3 inverze 2, mert $3 *_5 2 = 1$.
Ha $n = ab$, ahol $0 < a, b < n$,

Nullosztómentesség

Minden R gyűrű kommutatív csoport az összeadásra. Ez R additív csoportja, jele R^+. Ha R egységelemes, akkor az invertálható elemei csoport a szorzásra. Ez R multiplikatív csoportja, jele $R^\times$. Így minden test nem nulla elemei kommutatív csoport a szorzásra.

Definíció (K2.2.27)

Az R gyűrű nullosztómentes, ha egy szorzat csak akkor nulla, ha valamelyik tényezője nulla: $ab = 0 \implies a = 0$ vagy $b = 0$.
Szokásos gyűrű: kommutatív, egységelemes, nullosztómentes.

A $\mathbb{Z}_6$ nem nullosztómentes: $2 *_6 3 = 0$, de $2 \neq 0$ és $3 \neq 0$.
A $\mathbb{Z}_5$ test, például a „2-ben a 3" osztás eredménye 4,
mert $3 *_5 4 = 2$. A 3 inverze 2, mert $3 *_5 2 = 1$.
Ha $n = ab$, ahol $0 < a, b < n$, akkor $a *_n b = 0$,

Nullosztómentesség

Minden R gyűrű kommutatív csoport az összeadásra. Ez R additív csoportja, jele R^+. Ha R egységelemes, akkor az invertálható elemei csoport a szorzásra. Ez R multiplikatív csoportja, jele $R^\times$. Így minden test nem nulla elemei kommutatív csoport a szorzásra.

Definíció (K2.2.27)

Az R gyűrű nullosztómentes, ha egy szorzat csak akkor nulla, ha valamelyik tényezője nulla: $ab = 0 \implies a = 0$ vagy $b = 0$.
Szokásos gyűrű: kommutatív, egységelemes, nullosztómentes.

A $\mathbb{Z}_6$ nem nullosztómentes: $2 *_6 3 = 0$, de $2 \neq 0$ és $3 \neq 0$.
A $\mathbb{Z}_5$ test, például a „2-ben a 3" osztás eredménye 4, mert $3 *_5 4 = 2$. A 3 inverze 2, mert $3 *_5 2 = 1$.
Ha $n = ab$, ahol $0 < a, b < n$, akkor $a *_n b = 0$, de $a, b \neq 0$.

Nullosztómentesség

Minden R gyűrű kommutatív csoport az összeadásra. Ez R additív csoportja, jele R^+. Ha R egységelemes, akkor az invertálható elemei csoport a szorzásra. Ez R multiplikatív csoportja, jele $R^\times$. Így minden test nem nulla elemei kommutatív csoport a szorzásra.

Definíció (K2.2.27)

Az R gyűrű nullosztómentes, ha egy szorzat csak akkor nulla, ha valamelyik tényezője nulla: $ab = 0 \implies a = 0$ vagy $b = 0$.
Szokásos gyűrű: kommutatív, egységelemes, nullosztómentes.

A $\mathbb{Z}_6$ nem nullosztómentes: $2 *_6 3 = 0$, de $2 \neq 0$ és $3 \neq 0$.
A $\mathbb{Z}_5$ test, például a „2-ben a 3" osztás eredménye 4, mert $3 *_5 4 = 2$. A 3 inverze 2, mert $3 *_5 2 = 1$.
Ha $n = ab$, ahol $0 < a, b < n$, akkor $a *_n b = 0$, de $a, b \neq 0$.
Ezért ha n nem prím, akkor $\mathbb{Z}_n$ nem nullosztómentes.

Test nullosztómentes

Tétel (K2.2.31)

A $\mathbb{Z}_n$ a $+_n$ és $*_n$ műveletekre egységelemes, kommutatív gyűrű.

Test nullosztómentes

Tétel (K2.2.31)

A $\mathbb{Z}_n$ a $+_n$ és $*_n$ műveletekre egységelemes, kommutatív gyűrű.
A $\mathbb{Z}_n$ pontosan akkor nullosztómentes,

Test nullosztómentes

Tétel (K2.2.31)

A $\mathbb{Z}_n$ a $+_n$ és $*_n$ műveletekre egységelemes, kommutatív gyűrű.
A $\mathbb{Z}_n$ pontosan akkor nullosztómentes, ha n prímszám,

Test nullosztómentes

Tétel (K2.2.31)

A $\mathbb{Z}_n$ a $+_n$ és $*_n$ műveletekre egységelemes, kommutatív gyűrű.
A $\mathbb{Z}_n$ pontosan akkor nullosztómentes, ha n prímszám,
és ebben az esetben test is.

Test nullosztómentes

Tétel (K2.2.31)

A $\mathbb{Z}_n$ a $+_n$ és $*_n$ műveletekre egységelemes, kommutatív gyűrű.
A $\mathbb{Z}_n$ pontosan akkor nullosztómentes, ha n prímszám,
és ebben az esetben test is. A $\mathbb{Z}_n^\times$ multiplikatív csoport
az n-hez relatív prím elemekből áll,

Test nullosztómentes

Tétel (K2.2.31)

A $\mathbb{Z}_n$ a $+_n$ és $*_n$ műveletekre egységelemes, kommutatív gyűrű.
A $\mathbb{Z}_n$ pontosan akkor nullosztómentes, ha n prímszám,
és ebben az esetben test is. A $\mathbb{Z}_n^\times$ multiplikatív csoport
az n-hez relatív prím elemekből áll, tehát $\varphi(n)$ eleme van.

Test nullosztómentes

Tétel (K2.2.31)

A $\mathbb{Z}_n$ a $+_n$ és $*_n$ műveletekre egységelemes, kommutatív gyűrű.
A $\mathbb{Z}_n$ pontosan akkor nullosztómentes, ha n prímszám,
és ebben az esetben test is. A $\mathbb{Z}_n^\times$ multiplikatív csoport
az n-hez relatív prím elemekből áll, tehát $\varphi(n)$ eleme van.
Bizonyítás: kongruenciákkal, HF.

Test nullosztómentes

Tétel (K2.2.31)

A $\mathbb{Z}_n$ a $+_n$ és $*_n$ műveletekre egységelemes, kommutatív gyűrű.
A $\mathbb{Z}_n$ pontosan akkor nullosztómentes, ha n prímszám,
és ebben az esetben test is. A $\mathbb{Z}_n^\times$ multiplikatív csoport
az n-hez relatív prím elemekből áll, tehát $\varphi(n)$ eleme van.
Bizonyítás: kongruenciákkal, HF.

Tétel (K2.2.29, 1.3.7): Minden test nullosztómentes.

Test nullosztómentes

Tétel (K2.2.31)

A $\mathbb{Z}_n$ a $+_n$ és $*_n$ műveletekre egységelemes, kommutatív gyűrű.
A $\mathbb{Z}_n$ pontosan akkor nullosztómentes, ha n prímszám,
és ebben az esetben test is. A $\mathbb{Z}_n^\times$ multiplikatív csoport
az n-hez relatív prím elemekből áll, tehát $\varphi(n)$ eleme van.
Bizonyítás: kongruenciákkal, HF.

Tétel (K2.2.29, 1.3.7): Minden test nullosztómentes.

Bizonyítás

Legyen T test, és $z, w \in T$.

Test nullosztómentes

Tétel (K2.2.31)

A $\mathbb{Z}_n$ a $+_n$ és $*_n$ műveletekre egységelemes, kommutatív gyűrű. A $\mathbb{Z}_n$ pontosan akkor nullosztómentes, ha n prímszám, és ebben az esetben test is. A $\mathbb{Z}_n^\times$ multiplikatív csoport az n-hez relatív prím elemekből áll, tehát $\varphi(n)$ eleme van.
Bizonyítás: kongruenciákkal, HF.

Tétel (K2.2.29, 1.3.7): Minden test nullosztómentes.

Bizonyítás

Legyen T test, és $z, w \in T$. Tegyük föl, hogy $zw = 0$, de $z \neq 0$.

Test nullosztómentes

Tétel (K2.2.31)

A $\mathbb{Z}_n$ a $+_n$ és $*_n$ műveletekre egységelemes, kommutatív gyűrű.
A $\mathbb{Z}_n$ pontosan akkor nullosztómentes, ha n prímszám,
és ebben az esetben test is. A $\mathbb{Z}_n^\times$ multiplikatív csoport
az n-hez relatív prím elemekből áll, tehát $\varphi(n)$ eleme van.
Bizonyítás: kongruenciákkal, HF.

Tétel (K2.2.29, 1.3.7): Minden test nullosztómentes.

Bizonyítás

Legyen T test, és $z, w \in T$. Tegyük föl, hogy $zw = 0$, de $z \neq 0$.
Meg kell mutatnunk, hogy akkor $w = 0$.

Test nullosztómentes

Tétel (K2.2.31)

A $\mathbb{Z}_n$ a $+_n$ és $*_n$ műveletekre egységelemes, kommutatív gyűrű.
A $\mathbb{Z}_n$ pontosan akkor nullosztómentes, ha n prímszám, és ebben az esetben test is. A $\mathbb{Z}_n^\times$ multiplikatív csoport az n-hez relatív prím elemekből áll, tehát $\varphi(n)$ eleme van.
Bizonyítás: kongruenciákkal, HF.

Tétel (K2.2.29, 1.3.7): Minden test nullosztómentes.

Bizonyítás

Legyen T test, és $z, w \in T$. Tegyük föl, hogy $zw = 0$, de $z \neq 0$.
Meg kell mutatnunk, hogy akkor $w = 0$.
Mivel $z \neq 0$, van inverze:

Test nullosztómentes

Tétel (K2.2.31)

A $\mathbb{Z}_n$ a $+_n$ és $*_n$ műveletekre egységelemes, kommutatív gyűrű.
A $\mathbb{Z}_n$ pontosan akkor nullosztómentes, ha n prímszám,
és ebben az esetben test is. A $\mathbb{Z}_n^\times$ multiplikatív csoport
az n-hez relatív prím elemekből áll, tehát $\varphi(n)$ eleme van.
Bizonyítás: kongruenciákkal, HF.

Tétel (K2.2.29, 1.3.7): Minden test nullosztómentes.

Bizonyítás

Legyen T test, és $z, w \in T$. Tegyük föl, hogy $zw = 0$, de $z \neq 0$.
Meg kell mutatnunk, hogy akkor $w = 0$.
Mivel $z \neq 0$, van inverze: $uz = 1$.

Test nullosztómentes

Tétel (K2.2.31)

A $\mathbb{Z}_n$ a $+_n$ és $*_n$ műveletekre egységelemes, kommutatív gyűrű.
A $\mathbb{Z}_n$ pontosan akkor nullosztómentes, ha n prímszám,
és ebben az esetben test is. A $\mathbb{Z}_n^\times$ multiplikatív csoport
az n-hez relatív prím elemekből áll, tehát $\varphi(n)$ eleme van.
Bizonyítás: kongruenciákkal, HF.

Tétel (K2.2.29, 1.3.7): Minden test nullosztómentes.

Bizonyítás

Legyen T test, és $z, w \in T$. Tegyük föl, hogy $zw = 0$, de $z \neq 0$.
Meg kell mutatnunk, hogy akkor $w = 0$.
Mivel $z \neq 0$, van inverze: $uz = 1$. Ezzel szorozva

Test nullosztómentes

Tétel (K2.2.31)

A $\mathbb{Z}_n$ a $+_n$ és $*_n$ műveletekre egységelemes, kommutatív gyűrű.
A $\mathbb{Z}_n$ pontosan akkor nullosztómentes, ha n prímszám,
és ebben az esetben test is. A $\mathbb{Z}_n^\times$ multiplikatív csoport
az n-hez relatív prím elemekből áll, tehát $\varphi(n)$ eleme van.
Bizonyítás: kongruenciákkal, HF.

Tétel (K2.2.29, 1.3.7): Minden test nullosztómentes.

Bizonyítás

Legyen T test, és $z, w \in T$. Tegyük föl, hogy $zw = 0$, de $z \neq 0$.
Meg kell mutatnunk, hogy akkor $w = 0$.
Mivel $z \neq 0$, van inverze: $uz = 1$. Ezzel szorozva

$$u(zw) = u \cdot 0$$

Test nullosztómentes

Tétel (K2.2.31)

A $\mathbb{Z}_n$ a $+_n$ és $*_n$ műveletekre egységelemes, kommutatív gyűrű.
A $\mathbb{Z}_n$ pontosan akkor nullosztómentes, ha n prímszám,
és ebben az esetben test is. A $\mathbb{Z}_n^\times$ multiplikatív csoport
az n-hez relatív prím elemekből áll, tehát $\varphi(n)$ eleme van.
Bizonyítás: kongruenciákkal, HF.

Tétel (K2.2.29, 1.3.7): Minden test nullosztómentes.

Bizonyítás

Legyen T test, és $z, w \in T$. Tegyük föl, hogy $zw = 0$, de $z \neq 0$.
Meg kell mutatnunk, hogy akkor $w = 0$.
Mivel $z \neq 0$, van inverze: $uz = 1$. Ezzel szorozva

$$u(zw) = u \cdot 0 = 0.$$

Test nullosztómentes

Tétel (K2.2.31)

A $\mathbb{Z}_n$ a $+_n$ és $*_n$ műveletekre egységelemes, kommutatív gyűrű.
A $\mathbb{Z}_n$ pontosan akkor nullosztómentes, ha n prímszám,
és ebben az esetben test is. A $\mathbb{Z}_n^\times$ multiplikatív csoport
az n-hez relatív prím elemekből áll, tehát $\varphi(n)$ eleme van.
Bizonyítás: kongruenciákkal, HF.

Tétel (K2.2.29, 1.3.7): Minden test nullosztómentes.

Bizonyítás

Legyen T test, és $z, w \in T$. Tegyük föl, hogy $zw = 0$, de $z \neq 0$.
Meg kell mutatnunk, hogy akkor $w = 0$.
Mivel $z \neq 0$, van inverze: $uz = 1$. Ezzel szorozva

$$(uz)w = u(zw) = u \cdot 0 = 0.$$

Test nullosztómentes

Tétel (K2.2.31)

A $\mathbb{Z}_n$ a $+_n$ és $*_n$ műveletekre egységelemes, kommutatív gyűrű.
A $\mathbb{Z}_n$ pontosan akkor nullosztómentes, ha n prímszám,
és ebben az esetben test is. A $\mathbb{Z}_n^\times$ multiplikatív csoport
az n-hez relatív prím elemekből áll, tehát $\varphi(n)$ eleme van.
Bizonyítás: kongruenciákkal, HF.

Tétel (K2.2.29, 1.3.7): Minden test nullosztómentes.

Bizonyítás

Legyen T test, és $z, w \in T$. Tegyük föl, hogy $zw = 0$, de $z \neq 0$.
Meg kell mutatnunk, hogy akkor $w = 0$.
Mivel $z \neq 0$, van inverze: $uz = 1$. Ezzel szorozva

$$1 \cdot w = (uz)w = u(zw) = u \cdot 0 = 0.$$

Test nullosztómentes

Tétel (K2.2.31)

A $\mathbb{Z}_n$ a $+_n$ és $*_n$ műveletekre egységelemes, kommutatív gyűrű.
A $\mathbb{Z}_n$ pontosan akkor nullosztómentes, ha n prímszám,
és ebben az esetben test is. A $\mathbb{Z}_n^\times$ multiplikatív csoport
az n-hez relatív prím elemekből áll, tehát $\varphi(n)$ eleme van.
Bizonyítás: kongruenciákkal, HF.

Tétel (K2.2.29, 1.3.7): Minden test nullosztómentes.

Bizonyítás

Legyen T test, és $z, w \in T$. Tegyük föl, hogy $zw = 0$, de $z \neq 0$.
Meg kell mutatnunk, hogy akkor $w = 0$.
Mivel $z \neq 0$, van inverze: $uz = 1$. Ezzel szorozva

$$w = 1 \cdot w = (uz)w = u(zw) = u \cdot 0 = 0.$$

Test nullosztómentes

Tétel (K2.2.31)

A $\mathbb{Z}_n$ a $+_n$ és $*_n$ műveletekre egységelemes, kommutatív gyűrű.
A $\mathbb{Z}_n$ pontosan akkor nullosztómentes, ha n prímszám,
és ebben az esetben test is. A $\mathbb{Z}_n^\times$ multiplikatív csoport
az n-hez relatív prím elemekből áll, tehát $\varphi(n)$ eleme van.
Bizonyítás: kongruenciákkal, HF.

Tétel (K2.2.29, 1.3.7): Minden test nullosztómentes.

Bizonyítás

Legyen T test, és $z, w \in T$. Tegyük föl, hogy $zw = 0$, de $z \neq 0$.
Meg kell mutatnunk, hogy akkor $w = 0$.
Mivel $z \neq 0$, van inverze: $uz = 1$. Ezzel szorozva

$$w = 1 \cdot w = (uz)w = u(zw) = u \cdot 0 = 0.$$

Példa: Az egész számok gyűrűje nullosztómentes, de nem test.

Az egyszerűsítési szabály

Tétel (K2.2.28)

Nullosztómentes gyűrűben érvényes az egyszerűsítési szabály:

Az egyszerűsítési szabály

Tétel (K2.2.28)

Nullosztómentes gyűrűben érvényes az egyszerűsítési szabály:
ha $ac = bc$ és $c \neq 0$,

Az egyszerűsítési szabály

Tétel (K2.2.28)

Nullosztómentes gyűrűben érvényes az egyszerűsítési szabály:
ha $ac = bc$ és $c \neq 0$, akkor $a = b$.

Az egyszerűsítési szabály

Tétel (K2.2.28)

Nullosztómentes gyűrűben érvényes az egyszerűsítési szabály: ha $ac = bc$ és $c \neq 0$, akkor $a = b$.

Bizonyítás

$ac = bc \implies 0 = ac - bc$

Az egyszerűsítési szabály

Tétel (K2.2.28)

Nullosztómentes gyűrűben érvényes az egyszerűsítési szabály: ha $ac = bc$ és $c \neq 0$, akkor $a = b$.

Bizonyítás

$ac = bc \implies 0 = ac - bc = (a - b)c.$

Az egyszerűsítési szabály

Tétel (K2.2.28)

Nullosztómentes gyűrűben érvényes az egyszerűsítési szabály:
ha $ac = bc$ és $c \neq 0$, akkor $a = b$.

Bizonyítás

$ac = bc \implies 0 = ac - bc = (a-b)c$. Mivel $c \neq 0$,

Az egyszerűsítési szabály

Tétel (K2.2.28)

Nullosztómentes gyűrűben érvényes az egyszerűsítési szabály:
ha $ac = bc$ és $c \neq 0$, akkor $a = b$.

Bizonyítás

$ac = bc \implies 0 = ac - bc = (a - b)c$. Mivel $c \neq 0$,
a nullosztómentesség miatt $a - b = 0$,

Az egyszerűsítési szabály

Tétel (K2.2.28)

Nullosztómentes gyűrűben érvényes az egyszerűsítési szabály: ha $ac = bc$ és $c \neq 0$, akkor $a = b$.

Bizonyítás

$ac = bc \implies 0 = ac - bc = (a - b)c$. Mivel $c \neq 0$, a nullosztómentesség miatt $a - b = 0$, azaz $a = b$.

Az egyszerűsítési szabály

Tétel (K2.2.28)

Nullosztómentes gyűrűben érvényes az egyszerűsítési szabály:
ha $ac = bc$ és $c \neq 0$, akkor $a = b$.

Bizonyítás

$ac = bc \implies 0 = ac - bc = (a - b)c$. Mivel $c \neq 0$,
a nullosztómentesség miatt $a - b = 0$, azaz $a = b$.

Hasonlóképpen nullosztómentes gyűrűben balról is lehet egyszerűsíteni:

Az egyszerűsítési szabály

Tétel (K2.2.28)

Nullosztómentes gyűrűben érvényes az egyszerűsítési szabály: ha $ac = bc$ és $c \neq 0$, akkor $a = b$.

Bizonyítás

$ac = bc \implies 0 = ac - bc = (a - b)c$. Mivel $c \neq 0$, a nullosztómentesség miatt $a - b = 0$, azaz $a = b$.

Hasonlóképpen nullosztómentes gyűrűben balról is lehet egyszerűsíteni: ha $ca = cb$ és $c \neq 0$, akkor $a = b$.

Az egyszerűsítési szabály

Tétel (K2.2.28)

Nullosztómentes gyűrűben érvényes az egyszerűsítési szabály:
ha $ac = bc$ és $c \neq 0$, akkor $a = b$.

Bizonyítás

$ac = bc \implies 0 = ac - bc = (a - b)c$. Mivel $c \neq 0$,
a nullosztómentesség miatt $a - b = 0$, azaz $a = b$.

Hasonlóképpen nullosztómentes gyűrűben balról is lehet egyszerűsíteni: ha $ca = cb$ és $c \neq 0$, akkor $a = b$.

Minden lineáris algebrából eddig kimondott állítás tetszőleges test fölött is érvényes, ugyanazzal a bizonyítással.

Az egyszerűsítési szabály

Tétel (K2.2.28)

Nullosztómentes gyűrűben érvényes az egyszerűsítési szabály: ha $ac = bc$ és $c \neq 0$, akkor $a = b$.

Bizonyítás

$ac = bc \implies 0 = ac - bc = (a-b)c$. Mivel $c \neq 0$, a nullosztómentesség miatt $a - b = 0$, azaz $a = b$.

Hasonlóképpen nullosztómentes gyűrűben balról is lehet egyszerűsíteni: ha $ca = cb$ és $c \neq 0$, akkor $a = b$.

Minden lineáris algebrából eddig kimondott állítás tetszőleges test fölött is érvényes, ugyanazzal a bizonyítással.

Legközelebb átismételjük a polinomokat „gyűrűs" szemszögből.

A 19. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Művelet,

A 19. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Művelet, asszociativitás,

A 19. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Művelet, asszociativitás, kommutativitás (K2.2.1).

A 19. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Művelet, asszociativitás, kommutativitás (K2.2.1).
Nullelem,

A 19. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Művelet, asszociativitás, kommutativitás (K2.2.1).
Nullelem, egységelem (K2.2.6),

A 19. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Művelet, asszociativitás, kommutativitás (K2.2.1).
Nullelem, egységelem (K2.2.6), ellentett,

A 19. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Művelet, asszociativitás, kommutativitás (K2.2.1).
Nullelem, egységelem (K2.2.6), ellentett, inverz (K2.2.9).

A 19. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Művelet, asszociativitás, kommutativitás (K2.2.1).
Nullelem, egységelem (K2.2.6), ellentett, inverz (K2.2.9).
Csoport (K2.2.13),

A 19. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Művelet, asszociativitás, kommutativitás (K2.2.1).
Nullelem, egységelem (K2.2.6), ellentett, inverz (K2.2.9).
Csoport (K2.2.13), gyűrű (K2.2.21).

A 19. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Művelet, asszociativitás, kommutativitás (K2.2.1).
Nullelem, egységelem (K2.2.6), ellentett, inverz (K2.2.9).
Csoport (K2.2.13), gyűrű (K2.2.21).
Nullosztómentesség (K2.2.27).

A 19. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Művelet, asszociativitás, kommutativitás (K2.2.1).
Nullelem, egységelem (K2.2.6), ellentett, inverz (K2.2.9).
Csoport (K2.2.13), gyűrű (K2.2.21).
Nullosztómentesség (K2.2.27).
Egységelemes,

A 19. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Művelet, asszociativitás, kommutativitás (K2.2.1).
Nullelem, egységelem (K2.2.6), ellentett, inverz (K2.2.9).
Csoport (K2.2.13), gyűrű (K2.2.21).
Nullosztómentesség (K2.2.27).
Egységelemes, kommutatív,

A 19. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Művelet, asszociativitás, kommutativitás (K2.2.1).
Nullelem, egységelem (K2.2.6), ellentett, inverz (K2.2.9).
Csoport (K2.2.13), gyűrű (K2.2.21).
Nullosztómentesség (K2.2.27).
Egységelemes, kommutatív, szokásos gyűrű,

A 19. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Művelet, asszociativitás, kommutativitás (K2.2.1).
Nullelem, egységelem (K2.2.6), ellentett, inverz (K2.2.9).
Csoport (K2.2.13), gyűrű (K2.2.21).
Nullosztómentesség (K2.2.27).
Egységelemes, kommutatív, szokásos gyűrű, test (K2.2.23).

A 19. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Művelet, asszociativitás, kommutativitás (K2.2.1).
Nullelem, egységelem (K2.2.6), ellentett, inverz (K2.2.9).
Csoport (K2.2.13), gyűrű (K2.2.21).
Nullosztómentesség (K2.2.27).
Egységelemes, kommutatív, szokásos gyűrű, test (K2.2.23).
Gyűrű additív és multiplikatív csoportja (K2.2.10).

A 19. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Művelet, asszociativitás, kommutativitás (K2.2.1).
Nullelem, egységelem (K2.2.6), ellentett, inverz (K2.2.9).
Csoport (K2.2.13), gyűrű (K2.2.21).
Nullosztómentesség (K2.2.27).
Egységelemes, kommutatív, szokásos gyűrű, test (K2.2.23).
Gyűrű additív és multiplikatív csoportja (K2.2.10).
A $\mathbb{Z}_m$ gyűrű (K2.2.31).

A 19. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Művelet, asszociativitás, kommutativitás (K2.2.1).
Nullelem, egységelem (K2.2.6), ellentett, inverz (K2.2.9).
Csoport (K2.2.13), gyűrű (K2.2.21).
Nullosztómentesség (K2.2.27).
Egységelemes, kommutatív, szokásos gyűrű, test (K2.2.23).
Gyűrű additív és multiplikatív csoportja (K2.2.10).
A $\mathbb{Z}_m$ gyűrű (K2.2.31).

Tételek

Elemi számolási szabályok gyűrűkben (K2.2.10, 2.2.22),

A 19. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Művelet, asszociativitás, kommutativitás (K2.2.1).
Nullelem, egységelem (K2.2.6), ellentett, inverz (K2.2.9).
Csoport (K2.2.13), gyűrű (K2.2.21).
Nullosztómentesség (K2.2.27).
Egységelemes, kommutatív, szokásos gyűrű, test (K2.2.23).
Gyűrű additív és multiplikatív csoportja (K2.2.10).
A $\mathbb{Z}_m$ gyűrű (K2.2.31).

Tételek

Elemi számolási szabályok gyűrűkben (K2.2.10, 2.2.22),
az egyszerűsítési szabály (K2.2.28),

A 19. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Művelet, asszociativitás, kommutativitás (K2.2.1).
Nullelem, egységelem (K2.2.6), ellentett, inverz (K2.2.9).
Csoport (K2.2.13), gyűrű (K2.2.21).
Nullosztómentesség (K2.2.27).
Egységelemes, kommutatív, szokásos gyűrű, test (K2.2.23).
Gyűrű additív és multiplikatív csoportja (K2.2.10).
A $\mathbb{Z}_m$ gyűrű (K2.2.31).

Tételek

Elemi számolási szabályok gyűrűkben (K2.2.10, 2.2.22),
az egyszerűsítési szabály (K2.2.28), szorzat inverze (K2.2.10).

A 19. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Művelet, asszociativitás, kommutativitás (K2.2.1).
Nullelem, egységelem (K2.2.6), ellentett, inverz (K2.2.9).
Csoport (K2.2.13), gyűrű (K2.2.21).
Nullosztómentesség (K2.2.27).
Egységelemes, kommutatív, szokásos gyűrű, test (K2.2.23).
Gyűrű additív és multiplikatív csoportja (K2.2.10).
A $\mathbb{Z}_m$ gyűrű (K2.2.31).

Tételek

Elemi számolási szabályok gyűrűkben (K2.2.10, 2.2.22),
az egyszerűsítési szabály (K2.2.28), szorzat inverze (K2.2.10).
Minden test nullosztómentes (K2.2.29, 1.3.7).

A 19. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Művelet, asszociativitás, kommutativitás (K2.2.1).
Nullelem, egységelem (K2.2.6), ellentett, inverz (K2.2.9).
Csoport (K2.2.13), gyűrű (K2.2.21).
Nullosztómentesség (K2.2.27).
Egységelemes, kommutatív, szokásos gyűrű, test (K2.2.23).
Gyűrű additív és multiplikatív csoportja (K2.2.10).
A $\mathbb{Z}_m$ gyűrű (K2.2.31).

Tételek

Elemi számolási szabályok gyűrűkben (K2.2.10, 2.2.22),
az egyszerűsítési szabály (K2.2.28), szorzat inverze (K2.2.10).
Minden test nullosztómentes (K2.2.29, 1.3.7).
A $\mathbb{Z}_m$ mikor nullosztómentes,

A 19. előadáshoz tartozó vizsgaanyag

Fogalmak

Művelet, asszociativitás, kommutativitás (K2.2.1).
Nullelem, egységelem (K2.2.6), ellentett, inverz (K2.2.9).
Csoport (K2.2.13), gyűrű (K2.2.21).
Nullosztómentesség (K2.2.27).
Egységelemes, kommutatív, szokásos gyűrű, test (K2.2.23).
Gyűrű additív és multiplikatív csoportja (K2.2.10).
A $\mathbb{Z}_m$ gyűrű (K2.2.31).

Tételek

Elemi számolási szabályok gyűrűkben (K2.2.10, 2.2.22),
az egyszerűsítési szabály (K2.2.28), szorzat inverze (K2.2.10).
Minden test nullosztómentes (K2.2.29, 1.3.7).
A $\mathbb{Z}_m$ mikor nullosztómentes, mikor test (K2.2.31).