

# Matematikus és alkalmazott matematikus MSc Biztosítási és pénzügyi matematika MSc

## Szakdolgozati témajavaslatok

2018/2019

---

*Meghosszabbított határidő: 2018. október 27.*

---

Az alábbiakban a szakdolgozati témajavaslatokat tanszékenkénti bontásban soroljuk föl. Természetesen nemcsak a felsorolt témákról lehet szakdolgozatot írni: a témavezetővel való személyes egyeztetés után egyéb témakörök is szóba jöhetnek.

---

### Algebra és Számelmélet Tanszék

---

#### 1. *Téma: Algebrák reprezentációdimenziója*

*Témavezető:* Ágoston István

*Rövid leírás:* Auslander az 1970-es évek elején vezette be az algebrák reprezentációdimenziójának fogalmát: ez a dimenzió homologikus eszközökkel méri azt, hogy egy algebra milyen messze van a reprezentációvégelességtől. Auslander bizonyította, hogy egy algebra pontosan akkor reprezentációvéges, ha  $\text{rep. dim } A \leq 2$ . Sokáig nem volt ismeretes, hogy  $\text{rep. dim } A$  mindig véges-e; ezt Iyama bizonyította egy 2003-as cikkében. Igusa és Todorov 2005-ben megmutatták, hogy ha egy algebra reprezentációdimenziója legfőljebb 3, akkor a finitisztikus dimenziója véges (általános véges dimenziós algebrákra ez a homologikus algebra egyik legismertebb megoldatlan sejtése). Sajnos, ezzel lényegében egyidőben (2006-ban) Rouquier mutatott példát olyan algebrákra, melyek reprezentációdimenziója 4 (ezt megelőzően ilyen példa sem volt ismeretes). Azóta számos eljárás született nagy dimenziójú algebrák konstruálására, de a finitisztikus dimenzióval való kapcsolat még számos kiderítenivalót rejt, s a fogalom kutatása meglehetősen nyitott.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] M. Auslander: Representation dimension of Artin algebras. *Queen Mary College Mathematics Notes, London.* (1971)
- [2] O. Iyama: Finiteness of representation dimension. *Proc. Am. Math. Soc.* **131** (2003), 1011–1014.
- [3] K. Igusa, G. Todorov: On the finitistic global dimension conjecture for Artin algebras. *Repr. of Algebras and Related Topics.* Am. Math. Soc. (2005), 201–204.
- [4] R. Rouquier: Representation dimension of exterior algebras. *Invent. Math.* **165** (2006), 357–367.
- [5] S. Opperman: A lower bound for the representation dimension of  $kC_p^n$ . *Math. Z.* **256** (2007), 481–490.

*Szak:* matematikus

## 2. *Téma: A Sidorenko-sejtés*

*Témavezető:* Frenkel Péter

*Rövid leírás:* A Sidorenko-sejtés azt mondja ki, hogy páros gráfnak tetszőleges gráfba "sok" homomorfizmusa van (legalább annyi, mint amennyit az utóbbi gráf csúcsszáma és élszáma alapján valószínűségi alapon várnánk). Rengeteg részeredmény van, ennek a hatalmas irodalomnak egy részét lehetne feldolgozni a diplomamunkában.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] David Conlon, Jeong Han Kim, Choongbum Lee, Joonkyung Lee: Some advances on Sidorenko's conjecture, arXiv:1510.06533
- [2] Péter Csikvári, Zhicong Lin: Sidorenko's conjecture, colorings and independent sets, arXiv:1603.05888
- [3] Balazs Szegedy: An information theoretic approach to Sidorenko's conjecture, arXiv:1406.6738

*Szak:* matematikus

## 3. *Téma: Pseudóvéletlen bináris sorozatok és rácsok*

*Témavezető:* Gyarmati Katalin

*Rövid leírás:* A kriptográfiában meghatározó szerepet játszó pseudóvéletlen bináris sorozatok és rácsok konstrukciója és tanulmányozása

*Ajánlott irodalom:*

- [1] A. J. Menezes, P. C. van Oorschot, Scott A. Vanstone, *Handbook of Applied Cryptography*
- [2] C. Mauduit, A. Sárközy, On finite pseudorandom binary sequences. I. Measure of pseudorandomness, the Legendre symbol

*Szak:* matematikus.

## 4. *Téma: Eliminációelmélet*

*Témavezető:* Károlyi Gyula

*Rövid leírás:* Hogyan lehet szisztematikusan megoldani magasabbfokú egyenletrendszereket? A kérdés minőségi vizsgálata a projektív algebrai geometria eszközeivel.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] D.A. Cox, J.B. Little, D. O'Shea: *Ideals, Varieties, and Algorithms* további fejezetei

*Szak:* matematikus

## 5. *Téma: Általános algebrák, hálók*

*Témavezető:* Kiss Emil

*Rövid leírás:* Az általános algebráknak az utóbbi évtizedekben mély elmélete alakult ki. Az alapok elsajátítása mellett szabadon lehet választani olyan témákból, mint teljességi kérdések, kommutátorelmélet, kongruenciaszelídítés, a szubdirekt irreducibilis algebrák viselkedése.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Kiss: Bevezetés az algebraiba, 8. fejezet
- [2] Hobby–McKenzie: The structure of finite algebras

*Szak:* matematikus

## 6. Téma: Öröklődő kongruenciahálók

Témavezető: Pálffy Péter Pál

Rövid leírás: Az univerzális algebra talán legnevezetesebb megoldatlan problémája a véges algebra kongruenciahálóinak jellemzése. Még egyetlen véges hálóról sem sikerült bizonyítani, hogy ne lehetne egy véges algebra kongruenciahálója, bár vélhetően a hálók nagy része nem áll így elő. Snow a legkisebb moduláris de nem disztributív hálóvarietás véges tagjairól mutatta meg, hogy előállíthatók véges algebra kongruenciahálóként. Ezt Hegedűs és Pálffy általánosították és bevezették az öröklődő kongruenciaháló fogalmát. A szakdolgozat célja ezeknek az eredményeknek a feldolgozása és esetleg további öröklődő kongruenciaháló konstrukciója.

Ajánlott irodalom:

- [1] Hegedűs Pál és Pálffy Péter Pál, Modular congruence lattices, *Algebra Universalis* **54** (2005), 105–120.
- [2] John Snow, Every lattice in  $V(M_3)$  is representable, *Algebra Universalis* **50** (2003), 75–81.

Szak: matematikus.

## 7. Téma: Homogén struktúrák

Témavezető: Szabó Csaba

Rövid leírás: A véletlen gráf mintájára létezik véletlen részbenrendezett halmaz, véletlen lánc és véletlen Abel-csoport is. Ezek az úgynevezett homogén struktúrák modellelméleti és csoportelméleti (végtelen permutációcsoportok) eszközökkel vizsgálhatók.

Ajánlott irodalom:

- [1] H.D. Macpherson, A survey of homogeneous structures. *Discrete Mathematics* **311** (2011), 1599–1634
- [2] <http://www.mathematik.uni-muenchen.de/~jberger/mac.pdf>

Szak: matematikus

## 8. Téma: A $p$ -adikus Langlands-program

Témavezető: Zábrádi Gergely

Rövid leírás: A  $p$ -adikus csoportok  $p$ -adikus reprezentációelmélete a matematika egy viszonylag új, dinamikus fejlődő ága, melynek komoly alkalmazásai vannak az algebrai számelméletben. A Langlands program arról szól, hogy bizonyos Galois reprezentációknak próbálunk (viszonylag jól meghatározható szisztematikus módon) megfeleltetni bizonyos automorf reprezentációkat. Az úgynevezett  $p$ -adikus Langlands-programban az automorf oldalon a  $GL_n(\mathbb{Q}_p)$  csoport (és további, ennél általánosabb csoportok)  $p$ -adikus Banach-tér reprezentációi, a Galois oldalon pedig a  $\text{Gal}(\overline{\mathbb{Q}_p}/\mathbb{Q}_p)$  abszolút Galois csoportnak  $p$ -adikus reprezentációi állnak, ahol  $\mathbb{Q}_p$  a  $p$ -adikus számok teste,  $\overline{\mathbb{Q}_p}$  pedig annak algebrai lezártja. A szakdolgozat a hallgató érdeklődésétől függően szólhat vagy csak a Galois-oldalról, vagy csak az automorf oldalról, vagy akár ezek kapcsolatáról.

Ajánlott irodalom: angol, ill. francia nyelvű szakcikkek, előadásjegyzetek a szakdolgozó érdeklődésétől függően, többek között:

- [1] Pierre Colmez: Représentations de  $GL_2(Q_p)$  et  $(\varphi, \Gamma)$ -modules
- [2] Peter Schneider és Jeremy Teitelbaum: Banach space representations and Iwasawa theory

[3] Laurent Berger: Galois representations and  $(\varphi, \Gamma)$ -modules  
*Szak:* matematikus.