

A BSc-képzés szakdolgozati témái

ELTE TTK, Algebra és Számelmélet Tanszék

2016/2017

BSc szakdolgozati témát a matematika valamely témaköréből vagy annak tanításából lehet választani. A szakdolgozat célja, hogy a hallgató elmélyedjen egy területen és azt a témavezető segítségével feldolgozza. Tipikus szakdolgozati téma lehet egy könyvfejezet megértése feladatok segítségével (matematikus és tanár szakirányon), vagy egy alkalmazott matematikai feladat megismerése, megoldása (elemző és alkalmazott matematikai szakirányon). Önálló matematikai eredményeket nem várunk el, önálló munkát azonban igen. Ez nemcsak az irodalom feldolgozását és az anyag megértését jelenti, hanem például önálló feladatmegoldást, feladatok, programok vagy népszerűsítő anyagok készítését is. A dolgozat elvárt terjedelme kb. 25 – 30 oldal.

Szakdolgozati témát (legkésőbb) az ajánlott tanterv szerint haladóknak az 5. félévben október 15-ig kell választani. A tanszékek minden év szeptember közepéig meghirdetik az aktuális szakdolgozati témákat. A leadással kapcsolatos tennivalókról és határidőkről a Matematikai Intézet honlapján olvasható tájékoztatás.

A szakdolgozat elkészítésében a hallgatót témavezető(k) segíti(k). A témavezető(ke)t a hallgató az egyetem oktatói és tudományos kutatói közül választhatja ki. Az illetékes tanszékvezető jóváhagyásával külső szakembert is fel lehet kérni témavezetőnek.

A szakdolgozatot a záróvizsgán, a szakdolgozat teljes témájáról folytatott interaktív beszélgetés keretében kell megvédeni. A szakdolgozatra és a védésre a hallgató külön érdemjegyet kap, ezeket a záróvizsga-bizottság állapítja meg. A védelem céljai közé tartozik annak ellenőrzése, hogy a hallgató megfelelő mélységben érti-e a szakdolgozat témájához tartozó alapfogalmakat.

A-Sz.1. Szabadon választható téma.

Témavezető: A tanszék bármelyik oktatója, vagy (a tanszékvezető által jóváhagyott) külső szakember.

A téma rövid leírása: Ha egy hallgató tetszőleges algebrai vagy számelméleti téma iránt érdeklődik, akkor témavezetőnek választhatja azt a szakembert, aki ehhez ért, és ebben segítséget tud neki nyújtani.

Ajánlott irodalom: a hallgató és a témavezető megállapodása alapján.

Ajánlott szakirányok: mindegyik.

A-Sz.2. Csoportkonstrukciók, kis elemszámú csoportok — FOGLALT.

Témavezető: Ágoston István

A téma rövid leírása: Az algebra alapelődésben minden szakirányban szerepel a „kis elemszámú csoportok” leírása, osztályozása. De az osztályozásból rendszeresen kimaradnak a prímszámú elemszámú csoportok, mert ezeknek a leírása hosszadalmasabb, s kevésbé elemi. (Érdekes eredmény, hogy a 2000-nél nem nagyobb elemszámú csoportok izomorfiaosztályainak 99%-a 1024 elemű csoportot ad.) A szakdolgozó feladata lenne néhány bonyolultabb eset bemutatása (ilyen pl. a 14 darab 16 elemű vagy az 51 darab 32 elemű csoport osztályozása), ismertetve egyúttal a hozzájuk kapcsolódó általános konstrukciókat, illetve osztályozási elveket.

Ajánlott irodalom: Wild: *The Groups of Order Sixteen Made Easy*;
http://users.minet.uni-jena.de/~green/Coho_v3/32gps/index.html;
 egyéb cikkek.

Ajánlott szakirányok: mindegyik.

A-Sz.3. Catalan-számok — FOGLALT.

Témavezető: Ágoston István

A téma rövid leírása: A $C_n = \frac{1}{n+1} \binom{2n}{n}$ Catalan-számoknak számos interpretációja ismeretes: pl. C_n adja meg egy szabályos $(n+2)$ -szög egymást belső pontban nem metsző átlókkal való háromszögeléseinek a számát; hasonlóképpen C_n adja egy $n+1$ -tényezős szorzat különböző zárójelzéseinek a számát; az is igaz, hogy C_n az n csúcsú bináris fáknek a számával egyenlő; stb. (Richard Stanley a honlapján 207 ilyen értelmezést sorol föl.) A különböző interpretációkhoz tartozó halmazsorozatok (háromszögelések, zárójelzések, bináris fák) között gyakran könnyen megadható egy természetes megfeleltetés. Ez azt is lehetővé teszi, hogy az egyes halmazokon megadható kiegészítő struktúrának (pl. parciális rendezés stb.) megkeressük a megfelelőjét az analóg halmazokban is.

A szakdolgozat célja lehetne az egyes értelmezések földolgozása, összehasonlítása, esetleg újabb Catalan-halmazok megadása. A Catalan-halmazoknak egészen kurrens algebrai alkalmazásait is meg lehetne nézni.

Ajánlott irodalom: Stanley: *Enumerative combinatorics, vol. 2.*, 1999;
Stanley: *Catalan numbers*, CUP 2015.

Ajánlott szakirányok: mindegyik.

A-Sz.4. Szimmetrikus csoportok — FOGLALT.

Témavezető: Ágoston István

A téma rövid leírása: A csoportok körében a szimmetrikus csoportok különleges helyet foglalnak el, hiszen minden csoport beágyazható egy szimmetrikus csoportba. Számos szép és fontos tulajdonságuk nem vagy csak ritkán szerepel a reguláris előadásokon, így ezek egy részének összegyűjtése is érdekes feladatot adhat egy szakdolgozónak. A szakdolgozat témája és mélysége függhet a hallgató előismereteitől.

Ajánlott irodalom: Számos csoportelméleti könyv.

Ajánlott szakirányok: mindegyik.

A-Sz.5. Véges testek

Témavezető: Fialowski Alice

A téma rövid leírása: Véges testek jellemzése, létezés és egyértelműség, primitív elemek, irreducibilis polinomok véges testek felett, faktorizáció. Algebrai kódelmélet, kriptográfiai alkalmazások.

Ajánlott irodalom: Gonda János: *Véges testek*, Budapest 2011, elektronikus jegyzet

R.Lidl, H. Niedermeiter: *Introduction to finite fields and their applications*, Cambridge Univ. Press. 1986.

Újabb cikkek a titkosításról.

Ajánlott szakirányok: mindegyik.

A-Sz.6. A számfogalom egyes fejezetei

Témavezető: Fialowski Alice

A téma rövid leírása: A számfogalom együtt fejlődött és fejlődik az emberiséggel. Bármelyik állomását vesszük, izgalmas kérdések merülnek fel. A hallgató kedve szerint válogathat pl. az irracionális, valós, komplex, p -adikus, Cayley számok vizsgálatából, és azok alkalmazásaiból.

Ajánlott irodalom: Ebbinghaus, Hermes, Hirzebruch et al.: *Numbers*, Springer 1995.

Újabb cikkek a kiválasztott témából.

Ajánlott szakirányok: mindegyik.

A-Sz.7. Pozitív együtthatós mátrixok

Témavezető: Fialowski Alice

A téma rövid leírása: A pozitív együtthatójú mátrixok külön fejezete a lineáris algebrának. Szép tételek, egyenlőtlenségek mondhatók ki róluk, és fontosak az alkalmazások szempontjából.

Ajánlott irodalom: Peter Lax: *Lineáris algebra és alkalmazásai*, Akadémiai Kiadó 2008.

Cikkek a modern alkalmazásokról.

Ajánlott szakirányok: mindegyik.

A-Sz.8. Gráfok Shannon-kapacitása.

Témavezető: Frenkel Péter

A téma rövid leírása: Lovász László híres eredménye a Shannon-probléma megoldása, azaz az ötpontú kör Shannon-kapacitásának meghatározása. Ezt a gyönyörű bizonyítást és a hozzá kapcsolódó elméletet lehetne feldolgozni a szakdolgozatban. Nyitott problémán is lehetne gondolkozni, akár programozás segítségével is.

Ajánlott irodalom: Lovász L., *On the Shannon capacity of a graph*, IEEE Trans. Inform. Theory 25 (1979), no. 1, 1–7.

<http://www.cs.elte.hu/lovasz/scans/theta.pdf>.

Ajánlott szakirányok: matematikus, alkalmazott matematikus.

A-Sz.9. Nemkommutatív Cayley–Hamilton-tétel.

Témavezető: Frenkel Péter

A téma rövid leírása: Szigeti Jenő 1997-ben általánosította a Cayley–Hamilton tételt Lie-nilpotens gyűrűk feletti mátrixokra. A bizonyítás messze nem triviális, sőt még az állításban szereplő fogalmak sem maguktól értetődőek. Valójában egy új, nemkommutatív determinánselméletről van szó. Ezt és kapcsolódó eredményeket, nyitott kérdéseket tárgyalhatná a szakdolgozat.

Ajánlott irodalom: Szigeti J., *New determinants and the Cayley-Hamilton theorem for matrices over Lie nilpotent rings*, Proc. Amer. Math. Soc. 125 (1997), no. 8, 2245–2254.

Ajánlott szakirányok: matematikus, alkalmazott matematikus.

A-Sz.10. Kvantum-információelmélet — FOGLALT.

Témavezető: Frenkel Péter

A téma rövid leírása: A Shannon által feltalált klasszikus információelmélet azt vizsgálja, hogy különféle információtovábbítási protokollok mennyire hatékonyak. Az elmélet kvantum-változatában nem egy véges ábécé betűiből állnak az üzenetek, hanem kvantumállapotokból, matematikailag sűrűségmátrixokból.

Ajánlott irodalom: Frenkel P.E., Weiner M., *Classical information storage in an n -level quantum system.*, Comm. Math. Phys. 340 (2015), no. 2, 563–574.

Ajánlott szakirányok: alkalmazott matematikus.

A-Sz.11. Nevezetes számelméleti problémák a matematika történetében.

Témavezető: Freud Róbert

A téma rövid leírása: Egy lehetséges minta a tökéletes számokból kiindulva: tökéletes és barátságos számok, modern variánsaik, a Mersenne-prímek szerepe, a Mersenne-számok prímosztóinak keresése és prímtesztjük, néhány rokon számelméleti függvény, illetve prím típus vizsgálata.

Ajánlott irodalom: Freud–Gyarmati: *Számelmélet*, Guy: *Unsolved Problems in Number Theory*.

Ajánlott szakirányok: tanári.

A-Sz.12. Kombinatorikus számelmélet.

Témavezető: Freud Róbert

A téma rövid leírása: Ízelítőnek kettő Erdős Pál kedvenc problémái közül: Maximálisan hány pozitív egészt lehet megadni n -ig, hogy a belőlük képzett (a) kéttagú; (b) tetszőleges összegek mind különbözők legyenek? Az ilyen típusú kérdések kezeléséhez elemi számelméleti és kombinatorikai megfontolásokon kívül gyakran algebrai, analízisbeli és valószínűségszámítási módszerekre van szükség, és pl. a fenti két kérdés számos vonatkozása ma is megoldatlan. Így mindenki kedvére válogathat a sokféle téma vagy a megoldási módszer típusa és nehézsége szerint, esetleg kisebb önálló új eredmény reményében is.

Ajánlott irodalom: Freud–Gyarmati: *Számelmélet*, 12. fejezet.

Ajánlott szakirányok: matematikus, tanári.

A-Sz.13. Sidon sorozatok.

Témavezető: Gyarmati Katalin

A téma rövid leírása: Sidon-sorozatnak vagy Sidon-halmaznak nevezzük természetes számoknak egy $A = \{a_0, a_1, a_2, \dots\}$ véges vagy végtelen sorozatát, ha az A elemeiből képzett valamennyi kéttagú $a_i + a_j$ ($i \leq j$) összeg különböző.

Ajánlott irodalom: O'Bryant, K. (2004), *A complete annotated bibliography of work related to Sidon sequences*, Electronic Journal of Combinatorics 11: 39, <http://www.emis.ams.org/journals>.

Ajánlott szakirányok: mindegyik.

A-Sz.14. Additív és multiplikatív problémák.

Témavezető: Gyarmati Katalin

A téma rövid leírása: A témakörben bármilyen egész számokból álló halmazok összegére, szorzatára vonatkozó téma belefér.

Ajánlott irodalom: K. Gyarmati, *On a problem of Diophantus*, Acta Arith. 97.1 (2001), 53-65.

Ajánlott szakirányok: mindegyik.

A-Sz.15. Pszeudovéletlen objektumok.

Témavezető: Gyarmati Katalin

A téma rövid leírása: Az ókortól kezdve napjainkig a véletlengenerálás mindig fontos szerepet játszott. De mi is az a véletlenszám generálás? Az általunk használt módszerek valóban véletlen számokat állítanak-e elő? Ebben a témakörben számítógép által generálható pszeudovéletlen objektumokat fogunk tanulmányozni.

Ajánlott irodalom: C. Mauduit, A. Sárközy, *On finite pseudorandom binary sequence I: Measures of pseudorandomness, the Legendre symbol*, Acta Arith. 82 (1997), 365-377.

Ajánlott szakirányok: mindegyik.

A-Sz.16. Struktúrák sok szimmetriával

Témavezető: Halasi Zoltán

A téma rövid leírása: Jól ismert, hogy tetszőleges véges csoporthoz lehet olyan véges gráfot készíteni, melynek automorfizmuscsoportja izomorf a kiindulási csoporttal. Ezzel szemben véletlenszerűen választva egy gráfot, annak automorfizmus csoportja jó eséllyel kicsi lesz. Célunk olyan gráfok, vagy egyéb véges struktúrák keresése, melyek sok szimmetriával bírnak.

Ajánlott irodalom: A. E. Brouwer, A. M. Cohen A. Neumaier, *Distance-Regular Graphs*.

Ajánlott szakirányok: mindegyik.

A-Sz.17. A Kocka és ami mögötte van — Logikai játékok és csoportjaik*Témavezető:* Halasi Zoltán

A téma rövid leírása: Számos logikai játék hozható kapcsolatba valamely véges csoporttal, melyek közül legismertebb a Rubik-kocka. Össze lehetne gyűjteni és röviden bemutatni néhány ilyen játékot, illetve a mögötte meghúzódó csoportot.

Ajánlott irodalom: Internetes oldalak, játékleírások.

Ajánlott szakirányok: mindegyik.

A-Sz.18. Klasszikus csoportok.*Témavezető:* Halasi Zoltán

A téma rövid leírása: A véges egyszerű csoportok klasszifikációjából tudjuk, hogy — az alternáló csoporttól, illetve 26 spóradikus csoporttól eltekintve — egy véges nemkommutatív egyszerű csoport Lie típusú, azaz valamiképpen kapcsolódik valamely komplex test feletti egyszerű Lie algebrahoz. Ezen csoportok egy alosztályát alkotják a klasszikus csoportok. A szakdolgozat célja összefoglalást nyújtani ezen csoportok illetve a kapcsolódó Lie algebrak szerkezetéről különféle testek felett.

Ajánlott irodalom: J. E. Humphreys: *Introduction to Lie algebras and representation theory*, Graduate Texts in Mathematics 9. Springer-Verlag, New York, 1978.,

A. W. Knap, *Lie Groups beyond an Introduction*, Birkhäuser, Boston, 1996.

Ajánlott szakirányok: matematikus.

A-Sz.19. A Lineáris algebra alkalmazásai*Témavezető:* Halasi Zoltán

A téma rövid leírása: A lineáris algebra alapjaival megismerkedünk az Algebra tárgy keretében, de viszonylag kevés példát láthatunk arra, mi mindenre is használható a matematika illetve az egyéb területein. Pedig a lineáris algebra alkalmazhatósága rendkívül sokrétű mind a matematikában, mind az élet egyéb területein. A szakdolgozat témája lehet egy átfogó áttekintés a legfontosabb alkalmazásokról, vagy néhány különösen szép példa bemutatása a matematika egy-egy területéről. (Például gráfelméleti, kombinatorikai alkalmazások.)

Ajánlott irodalom: Ízelítőül érdemes megtekinteni például a

<http://aix1.uottawa.ca/~jkhoury/app.htm> oldalt, ahol számos alkalmazás bemutatásra kerül.

Ajánlott szakirányok: mindegyik.

A-Sz.20. Csoportelméleti fejezetek — feladatok és szimbolikus számítások tükrében.

Témavezető: Hermann Péter

A téma rövid leírása: Az algebra kurzusok keretében tárgyalt algebrai struktúrák között a csoportok alapvető szerepet játszanak. A tanultak továbbgondolása és néhány új fogalom és módszer megismerése a leghatékonyabban az önálló feladatmegoldás keretében valósítható meg. A feladatok sok esetben vezetnek olyan kérdésekhez, amelyeket még konkrét példákban sem mindig lehet emberi erővel kiszámolni. Ilyen esetekre alkották meg a GAP rendszert, amelynek alapjai könnyen elsajátíthatóak, és a konkrét számítások elvégezhetőségén kívül szép programozási feladatokat is kínálhatnak az egyes függvények grafikus alkalmazásokba építésére.

Ajánlott irodalom: D. J. S. Robinson: *A Course in the Theory of Groups*, különösen az 1.6., 2.2. és 7.2 pontok, N. L. Biggs and A. T. White: *Permutation Groups and Combinatorial Structures*.

Ajánlott szakirányok: tanári és elemző.

A-Sz.21. Halmazrendszerek és lineáris algebra.

Témavezető: Hermann Péter

A téma rövid leírása: Bizonyos kombinatorikai tulajdosságokkal rendelkező véges halmazrendszerek vizsgálatának időnként meglepően hatékony eszközt nyújtunk alkalmas vektorrendszerek, ill. mátrixok bevezetésével és azok összefüggőségi viszonyainak ill. rangjának megállapításával. A tanult lineáris algebrai alapfogalmak is elegendőek arra, hogy egy-egy feladatsor megoldásának eredményeként olyan kombinatorikai eredményekhez jussunk, amelyekhez közvetlenül nem vagy csak igen körülményesen juthatnánk el.

Ajánlott irodalom: Babai L. és Frankl P.: *Linear Algebra Methods in Combinatorics*, különösen a 7.4., 7.5. és 5.11 pontok

Ajánlott szakirányok: tanári és elemző.

A-Sz.22. Csoportok az elméleti fizikában.

Témavezető: Hermann Péter

A téma rövid leírása: A véges és végtelen csoportok és azok reprezentációi meglepő szerephez jutnak a kvantummechanikában. A témáról szóló klasszikus mű bizonyos részeinek feldolgozása és viszonylag egyszerű eszközökkel való ismeretése szép feladat a fizikában is járatosabb hallgató számára. Az eredmény hozzájárulhat a matematika és a természettudományok e híres, ám részleteiben nem közismert kapcsolatának népszerűsítéséhez a matematika és a fizika

tanításában.

Ajánlott irodalom: Wigner J.: *Csoportelméleti módszer a kvantummechanikában*, különösen a 4., 9., 11. és 18. szakasz

Ajánlott szakirányok: mindegyik.

A-Sz.23. A SET játék, és ami mögötte van

Témavezető: Károlyi Gyula

A téma rövid leírása: Hány elemet lehet kiválasztani bizonyos csoportokban úgy, hogy semelyik számtani sorozatnak ne legyen közöttük három egymást követő eleme? A kérdésben az elmúlt évben jelentős előrelépések történtek, ezek feldolgozása lenne a feladat.

Ajánlott irodalom: a témához kapcsolódó angol és magyar nyelvű szakcikkek, arXiv preprintek.

Ajánlott szakirányok: alkalmazott matematikus, matematikus.

A-Sz.24. Kombinatorikus konvexitás

Témavezető: Károlyi Gyula

A téma rövid leírása: Az Erdős–Szekeres tételhez kapcsolódó új eredmények áttekintése, megoldatlan problémák vizsgálata.

Ajánlott irodalom: a témához kapcsolódó angol nyelvű szakcikkek, arXiv preprintek.

Ajánlott szakirányok: elemző, matematikus.

A-Sz.25. A kombinatorikus nullhelytétel változatai és alkalmazásai

Témavezető: Károlyi Gyula

A téma rövid leírása: A cél annak vizsgálata, hogyan lehet a nullhelytétel különböző változatait alkalmazni a kombinatorikus számelméletben, a gráfelméletben, illetve az algebrai kombinatorikában.

Ajánlott irodalom: a témához kapcsolódó angol nyelvű szakcikkek.

Ajánlott szakirányok: alkalmazott matematikus, matematikus.

A-Sz.26. Versenyfeladatok az általános- és középiskolában.

Témavezető: Kiss Emil

A téma rövid leírása: A cél bizonyos (elsősorban algebrahoz kapcsolódó) témákból vagy adott megoldási módszert használó feladatok gyűjtése, rendszerezése, többféle megoldása, általánosítása, hasonló feladatok készítése.

Ajánlott irodalom: versenyfeladatok gyűjteményei, Középiskolai Matematikai Lapok.

Ajánlott szakirányok: mindegyik.

A-Sz.27. Általános algebrák, hálók.

Témavezető: Kiss Emil

A téma rövid leírása: Az általános algebráknak az utóbbi évtizedekben mély elmélete alakult ki. Az alapok elsajátítása mellett szabadon lehet választani olyan témákból, mint teljességi kérdések, kommutátorelmélet, kongruenciaszeledítés, a szubdirekt irreducibilis algebrák viselkedése.

Ajánlott irodalom: Kiss: *Bevezetés az algebrába*, 8. fejezet, Hobby–McKenzie: *The structure of finite algebras*.

Ajánlott szakirányok: matematikus.

A-Sz.28. Kockák és kvaterniók.

Témavezető: Kiss Emil

A téma rövid leírása: Az alábbi cikkben a szerzők az egész kvaterniók számelméletét használják fel térbeli, egész koordinátájú vektorokból képzett négyzet- és kockarácsok vizsgálatára. A témához kapcsolódik a négy négyzetszám összegére való felbontások számának megállapítása, valamint a pitagoraszai számnégyesek megértése is. Az eredmények esetleg továbbfejleszthetők magasabb dimenziókban.

Ajánlott irodalom: Rédei: *Algebra*, Goswick–Kiss–Moussong–Simányi: *Sums of squares and orthogonal integral vectors*.

Ajánlott szakirányok: matematikus, tanári.

A-Sz.29. Abel-csoportok.

Témavezető: Kiss Emil

A téma rövid leírása: Az Abel-csoportok algebrailag jól viselkedő osztályt alkotnak, ezért a példájukon könnyen megérthetők olyan általánosabb moduluselméleti fogalmak, mint a direkt felbontások létezése, injektivitás, projekтивitás, tenzorszorzat.

Ajánlott irodalom: Kiss: *Bevezetés az algebrába*, 7. fejezet, L. Fuchs: *Infinite Abelian groups*.

Ajánlott szakirányok: matematikus, esetleg tanári.

A-Sz.30. Magyar matematikusok a huszadik században.

Témavezető: Pálffy Péter Pál

A téma rövid leírása: Egy — választás szerinti — magyar matematikusnak a Rényi Intézet könyvtárában őrzött hagyatékának (levelezés, kéziratok, különlenyomatok) feldolgozása.

Ajánlott irodalom: Horváth János (szerk.): *Panorama of the Hungarian Mathematics in the Twentieth Century*.

Ajánlott szakirányok: mindegyik.

A-Sz.31. Szimmetriacsoportok.

Témavezető: Pálffy Péter Pál

A téma rövid leírása: A csoportelmélet a szimmetriák absztrakt matematikai elmélete. Síkbeli, illetve térbeli szimmetriacsoportok megjelennek a díszítőművészetekben és a kristálytanban is. A lehetséges szimmetriacsoportok leírása jól ismert matematikai eredmény. A szakdolgozat témája a bizonyítás bemutatása, valamint az eredmény illusztrálása lehet.

Ajánlott irodalom: H. Weyl: *Szimmetria*.

Ajánlott szakirányok: mindegyik.

A-Sz.32. Gráfok izomorfizmus-problémája algebrai eszközökkel

Témavezető: Somlai Gábor

A téma rövid leírása: A gráfok izomorfizmus problémájának komplexitása nem ismert. A szakdolgozat célja egy speciális gráfosztályra a probléma bemutatása lehet. Ezek egyike a Cayley gráfok izomorfizmus problémája. Itt a cél az, hogy kizárólag a csoport automorfizmus csoportjának vizsgálatával, amiből a gráfot konstruáltuk, el tudjuk dönteni, mikor izomorf két Cayley gráf. Egy másik ettől eltérő, de algebrai eszközöket használó eset, a kompakt gráfoké. Az egész témakör Birkhoff azon tételén alapul, ami azt mondja, hogy a duplán sztochasztikus mátrixok előállnak, mint a permutációmátrixok konvex kombinációi. Ez a jelenség a szimmetrikus csoport nyelvén megfogalmazva rögtön algebrai problémákhoz vezet.

Ajánlott irodalom: C. H. Li, *On Cayley isomorphism of finite Cayley graphs. A survey*, V. Arvind, Johannes Köbler, Gaurav Rattan, Oleg Verbitsky: *Graph Isomorphism, Color Refinement, and Compactness*.

Ajánlott szakirányok: mindegyik.

A-Sz.33. Erdős-Ko-Rado tétel

Témavezető: Somlai Gábor

A téma rövid leírása: Az Erdős-Ko-Rado tétel a kombinatorika egyik alapvető tétele. Ezt a tételt több különböző kontextusban próbálták általánosítani. Hasonló kérdés lehet próbáltak megfogalmazni például a csoportelmélet nyelvén. Ezek újabb eszközöket is adtak az eredeti tétel belátására. A szakdolgozat célja ezen kérdések és új módszerek közül néhány áttekintése lehetne.

Ajánlott irodalom: Cameron, Ku: *Intersecting families of permutations*, Godsil, Meagher: *A new proof of the Erdős–Ko–Rado theorem for intersecting families of permutations*, P. Frankl, R. L. Graham: *Old and new proofs of the Erdős-Ko-Rado Theorem*.

Ajánlott szakirányok: mindegyik.

A-Sz.34. Műveletekkel megadott homogén struktúrák.

Témavezető: Szabó Csaba

A téma rövid leírása: Azon algebraosztályokat vizsgáljuk, amelyek tartalmaznak úgynevezett homogén algebrát. Elsősorban az automorfizmus csoportra és annak supercsoportjaira vagyunk kíváncsiak, de a műveleti redukciókat is vizsgáljuk.

Ajánlott irodalom: Cikkek.

Ajánlott szakirányok: mindegyik.

A-Sz.35. Alacsonyfokú egyenlet megoldása.

Témavezető: Szabó Csaba

A téma rövid leírása: Középiskolában teljes négyzetté való alakítással levezetjük a másodfokú egyenlet megoldóképletét. Első félévben frappáns észrevételekkel formulát adunk a harmadfokú egyenlet megoldására. Hogy keressük a legfőbb negyedfokú polinomok gyökképletét — Galois elmélet segítségével? A radikállal való megoldhatóság és a Galois csoportról szóló ismeretek teljes tárházára szükségünk lesz.

Ajánlott irodalom: Stewart: *Galois Theory*.

Ajánlott szakirányok: matematikus.

A-Sz.36. CSP versus univerzális algebra.

Témavezető: Szabó Csaba

A téma rövid leírása: Az utóbbi időben az úgynevezett reláció homomorfizmus probléma bonyolultságának eldöntése az érdeklődés központjába került. Ide tartozik például a gráfok retrakciója is. Kiderült, hogy a kérdés átfogalmazható a relációkat megtartó algebrák nyelvére. Ezt az összefüggést próbáljuk megérteni a dolgozatban.

Ajánlott irodalom: *különböző jegyzetek.*

Ajánlott szakirányok: matematikus, alkalmazott matematikus.

A-Sz.37. Számelmélet feladatok szakkörre

Témavezető: Szalay Mihály

A téma rövid leírása: A számelmélet különböző témaköreiből kellene összeállítani szakköri foglalkozásokat és feladatokat megoldásokkal együtt az irodalomban szereplő könyv alapján, mely egyrészt tankönyv a speciális matematikai osztályok számára, másrészt szakköri füzet.

Ajánlott irodalom: Szalay Mihály: *Számelmélet.*

Ajánlott szakirányok: mindegyik.

A-Sz.38. Generátorfüggvények és alkalmazásuk.

Témavezető: Szalay Mihály

A téma rövid leírása: Egy a természetes számokon értelmezett függvény értékeit írjuk be együtthatókként egy hatványsorba, majd az összegfüggvény algebrai, valós függvénytani vagy komplex függvénytani tulajdonságaiból próbálunk következtetni az eredeti függvény tulajdonságaira.

Ajánlott irodalom: Freud–Gyarmati: *Számelmélet*, 7.9. pont; Niven–Zuckerman: *Bevezetés a számelméletbe*, Hardy–Wright: *An Introduction to the Theory of Numbers*.

Ajánlott szakirányok: matematikus, tanári.

A-Sz.39. Természetes számok partíciói.

Témavezető: Szalay Mihály

A téma rövid leírása: Egy adott természetes szám pozitív egészek összegére való felbontásait vizsgáljuk, de nem különböztetjük meg azokat a felbontásokat, melyek csak a tagok sorrendjében térnek el egymástól. További megkötéseket téve is próbálunk következtetni a lehetséges felbontások számára és az előforduló tagok tulajdonságaira a kombinatorika, az algebra vagy az analízis módszereivel. Így lehet válogatni a megoldási módszer típusa és nehézsége szerint.

Ajánlott irodalom: Freud–Gyarmati: *Számelmélet*, 7.9. pont, Niven–Zuckerman: *Bevezetés a számelméletbe*, Hardy–Wright: *An Introduction to the Theory of Numbers*, Andrews–Eriksson: *Integer Partitions*, D.E. Knuth: *The Art of Computer Programming*, Volume 4, Fascicle 3, Section 7.2.1.4, magyar kiadás: D.E. Knuth: *A számítógépprogramozás művészete*, 4. kötet, 3. rész, 7.2.1.4. alpont (Budapest, 2008).

Ajánlott szakirányok: matematikus, tanári.

A-Sz.40. Algebra és számelmélet feladatok szakkörre.

Témavezető: Zábrádi Gergely

A téma rövid leírása: Tematikusan kellene összegyűjteni olyan típusú számelmélet, algebra (ill. algebrai eszközökkel megoldható) feladatokat, melyek középiskolás szakkörökön is prezentálhatók. A szakdolgozat témája lehet egyes feladatok mélyebb matematikai háttere is.

Ajánlott irodalom: *KöMaL*; különböző középiskolai versenyek feladatgyűjteményei; <http://www.versenyvizsga.hu/>; Surányi L.: *Algebra - tesztek, gyűriúk, polinomok*; esetleg egyetemi jegyzetek, feladatsorok algebra vagy számelmélet gyakorlatról.

Ajánlott szakirányok: elsősorban tanári.

A-Sz.41. Mi motiválja/motiválta az algebra fejlődését?

Témavezető: Zábrádi Gergely

A téma rövid leírása: Kummer a Fermat-sejtést próbálta bizonyítani, miközben megalkotta az „ideális számok” fogalmát, melyből később kialakult az absztrakt gyűrűelméleti ideál-fogalom. Létezik egy másik, Abeltől származó bizonyítás is arra, hogy az 5-ödfokú egyenletre nincs megoldóképlet, miért tanítják mégis szinte minden egyetemen a Galois-elméleti bizonyítást? A konkrét kérdés megválaszolása vagy a közben felépített elmélet a fő motiváció? Min múlik, hogy egy elmélet fennmarad-e? Az ilyen típusú kérdésekre keressük a választ az algebra történetében.

Ajánlott irodalom: konkrét témától függően különböző matematikatörténeti könyvek, internetes források, egyetemi jegyzetek, esetleg szacikkek.

Ajánlott szakirányok: mindegyik.

A-Sz.42. Kummer kongruenciái és a p -adikus zeta függvény.

Témavezető: Zábrádi Gergely

A téma rövid leírása: A Riemann-féle zeta függvény nagyon fontos szerepet játszik a számelméletben, elsősorban a Riemann sejtésén keresztül: ha a zeta függvény nemtriviális gyökei valóban az $1/2$ valós részű egyenesen vannak, akkor a prímszámtételben a hibatagra az elvben elképzelhető legjobb becslést tudjuk adni. Ugyanakkor a zeta függvény, és főleg annak speciális értékei előjönnek az algebrai számelméletben is. Ernst Kummer 19. századi német matematikus vette észre, hogy ha a $\zeta(2k)$ számokat π megfelelő hatványával elosztjuk, akkor a kapott racionális számok között meglepő kongruenciák lépnek föl. Később az 1960-as években Kubota és Leopoldt ennek segítségével a zeta-függvény egy p -adikus analogonját konstruálta meg, melynek különböző általánosításai azóta is fontos szerepet játszanak az algebrai számelmélet, elsősorban a milleniumi 1 millió dolláros Birch–Swinnerton-Dyer sejtés speciális eseteinek bizonyításában. A feladat a Kummer-féle kongruenciák bizonyításának, illetve a p -adikus zeta függvény konstrukciójának feldolgozása Koblitz könyvének alapján. A téma feldolgozásánál előny, ha a hallgató már hallott a p -adikus számokról, mert menet közben a (valóshoz hasonló) p -adikus integrálást kell felépíteni.

Ajánlott irodalom: elsősorban Neal Koblitz: *p-adic Numbers, p-adic Analysis, and Zeta-Functions*; esetleg John Coates, Ramdorai Sujatha: *Cyclotomic fields and zeta values*; Lawrence C. Washington: *Introduction to cyclotomic fields*.

Ajánlott szakirányok: matematikus.

A-Sz.43. Nemarkhimédeszi funkcionálanalízis.

Témavezető: Zábrádi Gergely

A téma rövid leírása: A feladat a klasszikus funkcionálanalízis egy vagy több szabadon választott tételének (pl. Banach-Steinhaus, Nyílt leképezés tétel, Hahn-Banach) vizsgálata *nemarkhimédeszi* testek felett. Egy test *nemarkhimédeszi*, ha van rajta egy abszolútérték, melyre nézve minden Cauchy sorozat konvergens, de a valós számoknál megszokott arkhimédeszi axióma (minden valósnál van nagyobb abszolútértékű egész) nem teljesül. Ilyen például a p -adikus számok teste a p -adikus abszolútértékre nézve, amivel a dolgozat írása közben behatóbban is megismerkedünk. A dolgozatban kitérhetünk arra is, hogy mik a hasonlóságok, és mik a különbségek a szokásos valós feletti funkcionálanalízissel, de ízlés szerint koncentrálhatunk csak a *nemarkhimédeszi* esetre is.

Ajánlott irodalom: Peter Schneider: *Non-archimedean Functional Analysis* című interneten elérhető jegyzete, esetleg Gouvêa: *p-adic Numbers*.

Ajánlott szakirányok: matematikus.